



**UNIVERSITATEA „POLITEHNICA” din BUCUREȘTI**  
**FACULTATEA INGINERIA SISTEMELOR BIOTEHNICE**  
**CATEDRA MECANICĂ**

**TEZĂ DE DOCTORAT**  
**REZUMAT**

**Metode active de control al vibrațiilor structurilor de aviație**

**Active vibration control methods for aerospace structures**

**Autor:** Ing. Eliza Munteanu .

**Conducător de doctorat:** Prof. Dr. Ing. Ion STROE .

**BUCUREȘTI**

---

## Cuprins

---

|  | Pag. |
|--|------|
| <b>INTRODUCERE</b>   |      |
| NOȚIUNI DE BAZĂ  | 1    |
| PRINCIPALELE CONTRIBUȚII PROPRII   | 1    |
| <b>CAPITOLUL 1</b>   |      |
| <b>STADIUL ACTUAL AL REALIZĂRILOR ÎN DOMENIU</b>   | 3    |
| <b>CAPITOLUL 2</b>   |      |
| <b>MODELAREA MATEMATICĂ A ELEMENTELOR DE ACȚIONARE ȘI<br/>A STRUCTURII AEROSPAȚIALE DE TIP ARIPĂ</b>               | 5    |
| MODELAREA MATEMATICĂ A ARIPII  | 5    |
| <b>Fenomenul aeroelastic de flutter</b>  | 9    |
| <b>CAPITOLUL 3</b>   |      |
| <b>SINTEZA LEGILOR DE COMANDĂ</b>  | 11   |
| SINTEZA LINIAR-PĂTRATICĂ GAUSSIANĂ (LQG)   | 11   |
| LEGEA DE COMANDĂ LQG/LTR   | 11   |
| LQG/LTR CU MODEL INTERN  | 14   |
| SINTEZA LQG/LTR A SISTEMULUI DECUPLAT  | 15   |
| <b>Sistemul LQG/LTR decuplat fără model intern</b>   | 15   |
| <b>Sistemul LQG/LTR decuplat cu model intern</b>   | 16   |
| SINTEZA MOD ALUNECĂTOR   | 17   |
| <b>Comanda mod alunecător</b>  | 17   |
| <b>Estimatorul mod alunecător</b>  | 19   |
| SIMULĂRI NUMERICE  | 20   |
| <b>CAPITOLUL 4</b>   |      |
| <b>REALIZAREA MODELULUI EXPERIMENTAL DE ARIPĂ<br/>DIN MATERIAL COMPOZIT</b>  | 30   |
| <b>CAPITOLUL 5</b>   |      |
| <b>ELABORAREA PROGRAMULUI DE ÎNCERCĂRI ȘI<br/>DESCRIEREA DISPOZITIVELOR ȘI ECHIPAMENTELOR<br/>DE EXPERIMENTARE</b> | 31   |
| <b>CAPITOLUL 6</b>   |      |
| <b>VALIDAREA MODELULUI ANALITIC PRIN EXPERIMENTE DE<br/>LABORATOR</b>  | 33   |
| TESTAREA PERFORMANȚELOR ALGORITMULUI DE COMANDĂ<br>DE TIP LQG/LTR CU PERTURBAȚIE DE TIP SINUSOIDAL                 | 34   |
| <b>CONCLUZII FINALE ȘI DIRECȚII DE DEZVOLTARE</b>  | 38   |
| <b>Bibliografie selectivă</b>  | 40   |

## INTRODUCERE

### 1. NOȚIUNI DE BAZĂ

Cauze ca rezonanța, oboseala, vibrațiile etc. pot conduce la distrugerea sau la degradarea performanțelor sistemelor dinamice. Din acest motiv este absolut necesar ca în faza de proiectare a unui sistem să se realizeze o analiză de vibrații pentru a elimina, încă din această primă etapă, cauzele negative pe care le induc în sistemele dinamice mișcările oscilatorii. Sistemele de control al vibrațiilor reprezintă o metodă de combatere a acestor efecte negative. Ca metode de control al vibrațiilor, în funcție de cantitatea de energie introdusă în sistem, există metode pasive, semiactive sau active. Din cauza dezavantajelor legate de creșterea masei structurale sau de incapacitatea de a reacționa la schimbări ale mediului de lucru, metodele pasive sau semiactive sunt de multe ori evitate. Varianta optimă de combatere a vibrațiilor pare să fie cea de control activ. Acest tip de control al vibrațiilor se realizează cu ajutorul unui sistem atașat structurii, adică un sistem de comandă care reglează răspunsul dinamic al sistemului integrat structură-sistem de comandă.

Studiul și proiectarea sistemelor automate de comandă reprezintă o arie de studiu extinsă și în continuă dezvoltare. Sistemele de comandă sunt componente adiționale altor componente, pentru creșterea funcționalității, sau pentru realizarea unor criterii de proiectare. Astfel, anumite sisteme inițiale sunt îmbunătățite prin încorporarea unor compensatoare, cu rolul de a crește performanțele și de a obține anumite specificații ale noilor sisteme. Pe tot parcursul tezei se va utiliza noțiunea de *compensator* („controller”) pentru sistemul care realizează legea de comandă dorită. În **comanda automată optimală**, măsurarea performanței sistemului este identificată și aranjată într-o funcție cost. Această funcție este minimizată pentru a crea un sistem operațional la cel mai scăzut cost.

### 2. PRINCIPALELE CONTRIBUȚII PROPRII

În lucrarea de față sunt analizate performanțele a câtorva legi de comandă optimală de tip LQG (Linear Quadratic Gaussian) extinsă către o comandă robustă LQG/LTR (Loop Transfer Recovery), legi de comandă testate în vederea reducerii amplitudinii vibrațiilor periculoase pentru o structură aerospațială, și anume un model de aripă de avion. Sinteza legii de comandă LQG/LTR va urmări realizarea unui criteriu de tip loop-shaping de

recuperare a stabilității și a robusteții pierdute prin cuplarea filtrului *Kalman* la compensatorul LQR (Linear Quadratic Regulator). În același timp, se au în vedere criteriile legate de valorile funcțiilor de sensibilitate și ale complementarei acestei funcții [1]. În pasul următor va fi introdus un model intern, care are rolul de a elimina influența negativă a perturbațiilor a căror mărime nu este cunoscută în realitate. **Cuplarea tehnicii de comandă LQG/LTR cu un model intern reprezintă unul din elementele de noutate prezentate în lucrarea de față.** Simulările numerice demonstrează un evident progres în procesul de îmbunătățire a performanțelor sistemului de comandă în cazul acestui cuplaj, cât și o mai bună robustețe.

Pentru a demonstra capacitatea sistemului comandat de a elimina efectele de tip “spillover” (efecte negative generate, în principal, de modurile proprii neglijate ale structurii) vor fi testate două legi de comandă de tip LQG/LTR, fără și cu model intern încorporat, construite pe câteva moduri controlate. Performanțele legilor de comandă LQG/LTR construite pe sistemul decuplat vor fi comparate cu cele ale unei legi de comandă și estimator de stare de tip “sliding mode” (mod alunecător). Construcția compensatorului și a filtrului pe baza primelor două moduri proprii ale structurii și testarea acestei legi de comandă pe sistemul care are incluse informații despre cel de-al treilea mod propriu este o tehnică deja folosită, însă având o lege de comandă de tip mod alunecător [2]. Sinteza legii de comandă și a estimatorului mod alunecător este diferită de cea a autorilor menționați, prin adăugarea unor perturbații suplimentare. **Astfel, deducerea relației de condiționare a estimatorului mod alunecător pentru asigurarea stabilității dinamicii erorii este o altă contribuție proprie a lucrării de față.**

Modelul structural, testat numeric în prima fază și experimental în partea a doua a lucrării, este cel al unei aripi drepte de avion, la scară redusă. Din punct de vedere numeric, modelul a fost obținut prin utilizarea tehnicii de element finit. **Prelucrarea rezultatelor analizei modale ANSYS și obținerea matricilor de masă și rigiditate ale sistemului în formatul sparse necesar calculului în MATLAB este încă una din contribuțiile proprii.** Elementele de acționare utilizate, atât pentru generarea semnalului de perturbație, cât și pentru aplicarea semnalului de comandă sunt de tip piezo de ultimă generație, MFC (Macro Fiber Composite). **Utilizarea elementului de acționare MFC pentru controlul vibrațiilor unui model de aripă de avion reprezintă încă un element de noutate în domeniu, asigurat de lucrarea de față.**

**Validarea modelului matematic prin obținerea unor rezultate remarcabile, atât din punct de vedere numeric, dar mai ales experimental, reprezintă punctul forte al tezei.**

## CAPITOLUL 1

### STADIUL ACTUAL AL REALIZĂRILOR ÎN DOMENIU

În ultima perioadă a crescut substanțial numărul aplicațiilor care folosesc materialele piezoelectrice ca senzori și elemente de acționare, ca urmare a preciziei de măsurare și de acționare a sistemelor construite pe baza acestor materiale. Primele cercetări în domeniul utilizării materialelor piezoelectrice în cazul structurilor inteligente au fost realizate de către *Crawley* și *de Luis* [3]. O altă aplicație timpurie a vizat controlul vibrațiilor unei bare cu ajutorul unui film de material piezo PVDF [4]. Funcționala cost s-a bazat pe minimizarea curburii și a vitezei de deformație, în timp ce legile de comandă au fost de tip amplitudine constantă și viteză de creștere negativă constantă. Aceleași legi au fost utilizate și de alți cercetători [5] pentru a controla vibrațiile unei pale de turbină. Legea de comandă a vitezei negative constante a mai fost aplicată și de alte grupuri de autori [6],[7] și [8]. În cazul controlului vibrațiilor pentru structuri la scară mare, utilizarea estimării tuturor stărilor este imposibilă, astfel încât *Lu et. al.* [9] au apelat la un algoritm de comandă de feedback prin trunchiere modală (MTOF Modal Truncated Output Feedback). Câteva caracteristici importante ale controlului structurilor inteligente prin folosirea senzorilor și acuatorilor piezoelectrice au fost notate de către *Akella et al.* [10]. Un compensator de tip LQR care necesită cunoașterea tuturor stărilor a fost aplicat unei plăci încastrate de către *Butler și Rao* [11]. O altă lucrare [12] consideră un model de aripă neliniară cu parametri variabili pentru analiza și controlul unui avion. Complexitatea problemei controlului vibrației este abordată într-un studiu comparativ al tehnicilor pasive și active în cazul unui sistem dinamic neliniar reprezentat de o aripă [13].

De foarte multe ori tehnicile de control al vibrațiilor aripii sunt asociate cu cel mai dezastruos fenomen aeroelastic și anume flutterul. Un studiu teoretic și experimental [14] al controlului semiactiv pentru fenomenul de flutter prezintă rezultatele obținute pentru un model bidimensional. O altă lucrare [15] prezintă o metodă de proiectare optimă a unui sistem de reducere activă a flutterului cu ajutorul unei suprafețe portante adaptive din material compozit. Într-un alt studiu [16], autorii iau în considerare doar o stare aerodinamică în construcția sistemului de comandă. Celelalte stări aerodinamice neglijate sunt privite ca erori de modelare. Alți autori au realizat un studiu comparativ între performanțele unui sistem de comandă adaptiv și unul robust de tip mod alunecător pentru reducerea flutterului [17]. Un test de zbor experimental, numit „Aerostructures Test Wing” (ATW), a fost condus de către

centrul NASA's Dryden Flight Research Center, pentru a demonstra eficiența unui nou soft de analiză de flutter [18]. Un alt proiect de anvergură al laboratoarelor NASA a urmărit folosirea unei noi generații de elemente de acționare piezoelectrice, elemente de acționare de tip MFC, în controlul fenomenului de buffeting al ampenajului vertical al avionului F18. O aripă aeroelastică delta a fost proiectată și testată numeric de către alt grup de cercetători [19]. Rezultatele studiului indică faptul că o singură pereche senzor/element de acționare poate fi folosită pentru a modifica limita de flutter și a contracara doar acele moduri care necesită un răspuns controlat. Un alt studiu de control al flutterului a fost realizat pe un model bidimensional de aripă încastrată cu 3 grade de libertate [20]. Un model de aripă dreaptă subțire a cărui comportare aeroelastică a fost studiată, a presupus un flaps de bord de fugă controlabil [21]. Compensatorul de tip feedback a fost proiectat prin optimizare numerică.

Un set de teste ale elementelor de acționare piezoelectrice de tip PZT pentru controlul flutterului a dezvoltat un compensator de tip LQG [22], ca o extensie a rezultatelor experimentale obținute anterior cu un compensator de tip proporțional. Un alt studiu de flutter a fost realizat tot în laboratoarele NASA și a utilizat un compensator SISO (single input-single output) [23]. Alt grup de cercetători au realizat un studiu teoretic și experimental asupra controlului aeroelastic al unei aripi construite cu un înveliș pe care s-au montat elemente de acționare piezoelectrice [24]. Altă lucrare prezintă un studiu numeric și experimental al controlului vibrației unei aripi prin pre-tensionarea unor elemente de acționare piezoelectrice [25]. Un studiu de răspuns dinamic aeroelastic a vizat o aripă în săgeată expusă rafalelor și încărcărilor de tip explozie [26]. Un sistem de comandă adaptiv simplu, dar foarte practic din punct de vedere al implementării, a fost testat pentru atenuarea multi-modală a vibrațiilor pentru o structură cu frecvențe variabile [27]. O serie de studii având la bază aceiași idee de comandă adaptivă au fost prezentate de un alt grup de cercetători [28]. Un alt studiu își propune să testeze capabilitățile de acționare și detectare în timp real ale structurilor inteligente, care au înglobate materiale piezoelectrice, pentru aplicații de control al vibrațiilor [29].

Din descrierile de mai sus, evident acestea reprezentând doar o parte din ceea ce există în literatura de specialitate, se poate observa o atenție deosebită acordată materialelor piezo în cazul vibrațiilor structurilor aeroelastice. Subiectul este de actualitate, iar complexitatea problemei permite o abordare variată.

## **CAPITOLUL 2**

### **MODELAREA MATEMATICĂ A ELEMENTELOR DE ACȚIONARE ȘI A STRUCTURII AEROSPAȚIALE DE TIP ARIPĂ**

În vederea obținerii modelului matematic al structurii de tip model de aripă, capitolul de față prezintă în prima parte tipul de element de acționare folosit, element pe bază de materiale piezoelectrice. Datorită greutateii reduse, elementul de acționare nu influențează semnificativ greutatea structurii, iar caracteristicile de rigiditate sunt modificate doar local. Determinarea caracteristicilor elastice proprii elementului de acționare va fi utilă modelării cu element finit, modelul în ANSYS incluzând elementele de acționare lipite pe suprafața modelului de aripă, astfel încât analiza modală va ține cont și de prezența elementelor de acționare. De asemenea, pentru determinarea matricilor de influență a controlului și a perturbației este necesară studierea comportamentului acestor elemente de acționare. Cea de-a doua parte a capitolului dezvoltă modelul numeric al aripii.

#### **MODELAREA MATEMATICĂ A ARIPII**

Modelul geometric al aripii (fig. 2.1) aproximează un model fizic dintr-un material compozit format din 4 straturi de țesătură de fibră de sticlă de grosime 0.14 mm impregnată cu rășină poliestică de tip NESTRAPOL. Pe o distanță de 180 mm de la încastrare, învelișul include un al cincilea strat. Profilul ales este unul de tip Eppler E211 pentru numere Reynolds mici, iar dimensiunile modelului de aripă dreaptă sunt: coarda 200 mm și anvergura 650 mm. Cele două lonjeroane sunt plasate la 30, respectiv 65 % din coardă și se întind pe toată anvergura aripii.

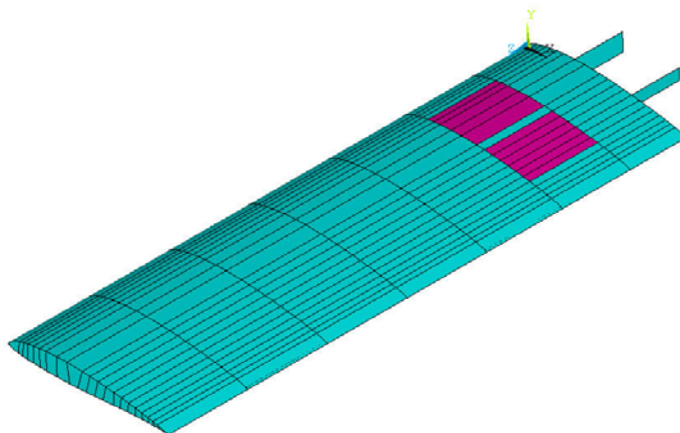


Fig. 2.1. Modelul geometric al aripii cu senzori/elemente de acționare MFC

Materialul de bază din care sunt construite este tot fibra de sticlă, însă nu țesătură, ci stratimat de grosime 0.4 mm, iar numărul de straturi (lamine) este variabil, de la încastrare spre vârful liber, pe distanțe relativ egale, sunt construite câte 8, 6, 4, respectiv 2 lamine. Pe o porțiune de 70 mm de la încastrare, între aceste lamine este introdusă o ferură din duraluminiu pentru realizarea prinderii pe suportul de încastrare. Partea exterioară modelului de aripă a ferurilor are o lungime de 60 mm, iar prinderea pe suport se realizează cu ajutorul a 3 seturi de șuruburi pentru fiecare ferură. Încastrarea cu aceste seturi de șuruburi va fi simulată prin blocarea tuturor gradelor de libertate ale nodurilor în care sunt plasate șuruburile. Modelarea tuturor componentelor structurii (înveliș, lonjeroane, MFC) s-a realizat cu elemente de tip SHELL 99 în programul de element finit ANSYS. Pe porțiunea de înveliș pe care sunt lipite elementele de acționare MFC, elementele ANSYS sunt formate din patru straturi cu caracteristicile de material compozit țesătură fibră de sticlă cu rășină NESTRAPOL și un strat cu caracteristicile de material ale MFC-ului. Întrucât tipul de elemente folosit nu permite utilizarea efectelor piezoelectrice, pentru elementele de acționare s-a folosit similitudinea dintre tensiunea de deformație generată de un câmp electric cu tensiunea termică, tehnică folosită de mulți alți autori [74]. Astfel, au fost introduși coeficienți de dilatare termică pe trei direcții pentru materialul MFC-urilor.

Modelul de aripă obținut include 1465 de noduri cu câte 6 grade de libertate pentru fiecare nod, 3 deplasări și 3 rotații. Cu alte cuvinte, sistemul are  $1465 \times 6$  grade de libertate. În prima etapă s-a realizat o analiză modală pentru determinarea primelor zece moduri naturale și a frecvențelor corespunzătoare. Ecuația de la care se pornește în cazul analizei modale este de forma

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (2.1)$$

unde  $M$  și  $K$  sunt matricile de masă, respectiv rigiditate, iar  $x$  este vectorul deplasărilor nodale. În cazul de față am optat pentru determinarea primelor 10 frecvențe de rezonanță într-un domeniu de frecvențe de până la 1000 Hz. Ținând cont de criteriul energetic al energiei introduse în sistem de fiecare mod, domeniul de frecvențe ales este mult acoperitor. Este cunoscut că energia cinetică maximă introdusă în sistem de un mod este proporțională cu pătratul produsului dintre frecvență și amplitudinea modului respectiv. Astfel, din cauză că energia totuși rămâne aproximativ egală pentru fiecare mod, cu cât frecvența este mai mare, rezultă că amplitudinea este mai mică. Altfel spus, amplitudinile modurilor superioare devin



nesemnificative în comparație cu cele ale primelor moduri de rezonanță ale structurii. Întrucât vectorii proprii pot fi cunoscuți doar ca fracții ale deplasărilor și nu ca magnitudini în valori absolute se optează pentru normalizarea lor. O metodă ar fi normalizarea în raport cu unitatea, însă uzual ANSYS-ul folosește normalizarea în raport cu masa.

În urma vizualizării rezultatelor s-a optat pentru reținerea primelor trei moduri, următoarele moduri fiind clar diferențiate ca valori ale frecvențelor față de cele reținute. Aceste trei moduri au frecvențele de 22.45, 105.2, respectiv 121.83 Hz, primul mod fiind primul mod de încovoiere, al doilea - un mod de yaw (mișcare în planul aripii), iar cel de-al treilea mod - al doilea mod de încovoiere. Un motiv în plus pentru a reține doar primele 3 moduri este dat de precizia determinării experimentale a unor moduri cu frecvențe superioare. Rezultatele analizei modale permit extragerea matricilor de masă și rigiditate într-un format specific programului ANSYS, formatul Harwell-Boeing. Întrucât fiecărui nod  $i$  se atașează cel puțin șase grade de libertate (trei translații și trei rotații), numărul gradelor de libertate ale modelului este foarte mare, ceea ce determină dimensiuni foarte mari ale celor două matrici. O subrutină pe care am construit-o în MATLAB realizează trecerea matricilor de masă și rigiditate din formatul ANSYS-ului într-un format de tip „sparse” pe care îl poate folosi calculul în MATLAB.

În pasul următor, dinamica structurii ia în considerare forța generată de sistemul de comandă și forța perturbatoare (de exemplu, poate fi introdusă influența forțelor aerodinamice). În acest caz ecuația (2.1) devine

$$M\ddot{x} + Kx = \tilde{B}_1\xi + \tilde{B}_2u \quad (2.2)$$

în care  $\xi$  reprezintă perturbația și  $u$  semnalul de comandă aplicat. Pentru determinarea coeficienților de influență ai celor două forțe se presupune o interacțiune statică între cauză și efect, de forma

$$Kx_k = \tilde{B}_2u_k, Kx_k = \tilde{B}_1\xi_k \quad (2.3)$$

în care  $x_k$  este vectorul deplasărilor corespunzătoare aplicării unui câmp electric unitar,  $u_k$ , pe elementul de acționare  $k$  (în cazul de față  $k=1$ ) obținându-se astfel vectorul de influență comenzii,  $B_2$ . Deoarece elementul de tip SHELL 99 nu permite atașarea unor grade de libertate electrice, pentru calculul acțiunii elementului de acționare MFC s-a apelat la o analogie între efectul termic și efectul piezoelectric, astfel încât, din punct de vedere al deformațiilor apărute, aplicarea unei diferențe de temperatură de un grad Celsius este echivalentă cu aplicarea unui câmp electric unitar. Este o procedură uzual folosită în

modelarea elementelor de acționare piezoelectrice [30]. În mod analog a fost determinat și vectorul de influență a perturbației  $B_1$ .

Pentru a pregăti sistemul în vederea sintezei legii de comandă este necesară trecerea în sistem de coordonate modale. Se realizează o schimbare de sistem de coordonate de forma

$$x = Vq \quad (2.4)$$

unde  $V$  este matricea modală (matricea vectorilor proprii). Calculând matricea modală cu ajutorul matricilor de masă și de rigiditate vom obține o matrice de aceeași dimensiune cu aceste două matrici. Orice lege de comandă nu poate opera decât cu câteva moduri considerate a fi importante, ceea ce presupune o reducere a dimensiunii sistemului. Am stabilit deja că primele 3 moduri proprii sunt acoperitoare, astfel încât am optat pentru aplicarea unei tehnici de reducere a dimensiunii sistemului prin ordonarea și sortarea datelor din matricea modală care corespund celor 3 moduri proprii.

Prin reducerea modală a dimensiunii sistemului (2.2), se obține

$$V^T M V \ddot{q} + V^T K V q = V^T \tilde{B}_1 \xi + V^T \tilde{B}_2 u \quad (2.5)$$

pentru care am ales ca dimensiunea sistemului să corespundă primelor trei moduri proprii (trei fiind, în acest caz, numărul coloanelor matricii vectorilor proprii,  $V$ ). Matricile de masă și de rigiditate se diagonalizează, astfel obținându-se o matrice unitate în cazul masei și o matrice care conține pe diagonală pătratul valorilor proprii în cazul matricii de rigiditate. Sistemul semi-decuplat în forma modală va fi

$$I \ddot{q} + \text{diag}(2\zeta_i \omega_i) + \text{diag}(\omega_i^2) q = B_1 \xi + B_2 u \quad (2.6)$$

$$\zeta_i = 0.02, \text{ ptr } i = 1, \dots, 3$$

în care  $\zeta_i$  reprezintă coeficientul de amortizare structurală proporțională introdusă în ecuația dinamicii sistemului. În cazul sistemelor mecanice complexe amortizarea este imposibil de determinat. În general, o matrice de amortizare arbitrară nu poate fi diagonalizată de către matricea vectorilor proprii neamortizați  $V$ . Din această cauză, în cele mai multe simulări de element finit se folosește așa numita amortizare proporțională, care are valori cuprinse între 0.05 și 2 % din amortizarea critică. O condiție suficientă pentru existența modurilor normale amortizate este ca matricea de amortizare să fie o combinație liniară dintre matricile de masă și de rigiditate. Dacă aceeași valoare a amortizării este folosită pentru toate modurile spunem că avem amortizare uniformă.

Pentru aducerea în forma standard de comandă optimală LQG, se trece sistemul de ordinul doi (2.6) într-un sistem de ordinul unu în spațiul stărilor, la care se adaugă o ecuație a ieșirii

de calitate și o ecuație a măsurii obținându-se

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1\xi(t) + B_2(t)u(t) \\ z(t) &= C_1x(t) \\ y(t) &= C_2x(t) + \mu I\eta(t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

În sistemul (2.7)  $x(t)$  este starea,  $z(t)$  ieșirea de calitate,  $y(t)$  ieșirea măsurată,  $u(t)$  semnalul de comandă,  $\xi(t)$  perturbația pe stare și  $\eta(t)$  zgomotul pe măsură (perturbația introdusă de senzori). Prin definiție *ieșirea de calitate* reprezintă o combinație liniară de stări prin care se definește o mărime care trebuie atenuată (micșorată în sensul unei norme), în timp ce *ieșirea măsurată* prezintă informațiile furnizate de senzori. Vectorul de stare are următoarele componente

$$x(t) = (q_3, q_2, q_1, \dot{q}_3, \dot{q}_2, \dot{q}_1)^T \quad (2.8)$$

iar ieșirea,  $y(t)$ , corespunde deplasării pe direcție perpendiculară suprafeței aripii a nodului în care este plasat senzorul. De asemenea,  $z(t)$  ieșirea de calitate urmărește micșorarea deplasărilor pe această direcție.

### Fenomenul aeroelastic de flutter

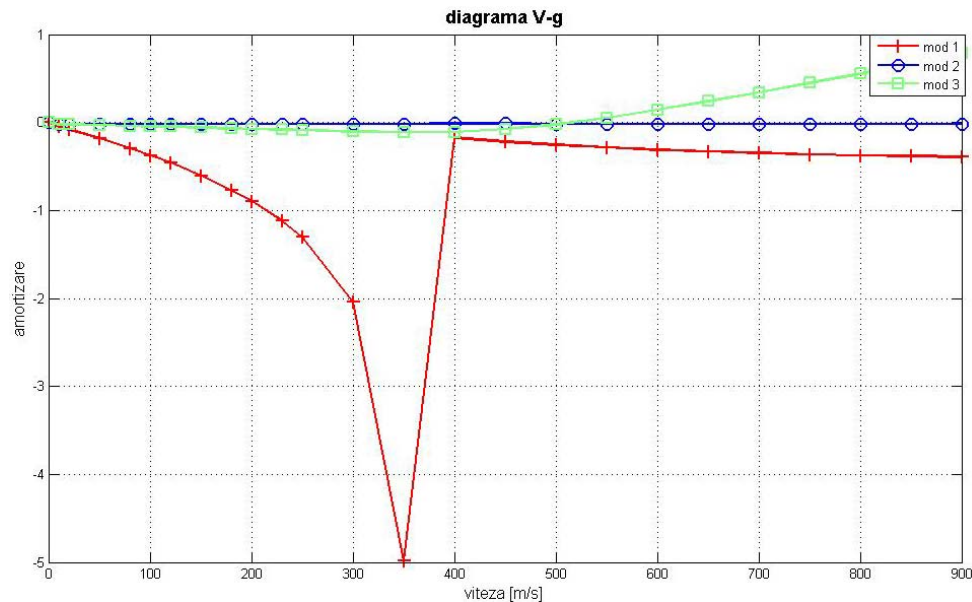
Programul de analiză aeroelastică ZAERO oferă două variante în ceea ce privește metodele de determinare a soluției de flutter : metoda  $k$  și metoda  $g$ . Cea de-a doua metodă amintită, metoda  $g$ , utilizează o tehnică dezvoltată care generalizează metoda  $k$  și metoda  $p-k$  în condițiile unei amortizări reale [31]. Primul pas în calculul determinantului de flutter îl reprezintă crearea unui fișier care să conțină informații preluate din analiza modală a programului ANSYS. Acest fișier este apelat de ZAERO („assign FEM”) și folosit pentru calculul matricilor de masă și rigiditate, pentru interconexiunea între elementele de tip structural și cele aerodinamice etc. Apoi, se definesc condițiile de zbor cu fixarea parametrilor: numărul Mach **0.2** în curent liber cu condiții la limită simetrice, densitatea de  $1.25 \text{ kg/m}^3$ , coarda, semianvergura și suprafața aripii, poziția centrului aerodinamic. Se stabilesc panourile pentru calculul forțelor aerodinamice, cu specificarea numărului de intervale pe coardă și pe anvergură, coarda la încastrare și la vârf, raza de racordare a profilului de la încastrare și cea a profilului de la vârful aripii. Mai sunt necesare valori ale liniei săgeții și ale grosimii la diferite cote pe axa  $Ox$  a profilului. În cazul de față s-a optat pentru o metodă liniară de calcul aerodinamic nestaționar subsonic (ZONA6), metodă de calcul cu panouri de ordin superior metodei Doublet Lattice Method (DLM).

Rezultatele obținute de ZAERO cu metoda  $g$  relevă două moduri de flutter într-un domeniu de viteze de până la  $900 \text{ m/s}$ ; primul dintre ele apare din cauza modului 3 structural la viteza de  $515.81 \text{ m/s}$  și o frecvență redusă de  $92.25 \text{ Hz}$ . Cel de-al doilea mod de flutter este atribuit unei rădăcini aerodinamice, însă frecvența este nulă. Cu alte cuvinte, viteza obținută de  $609.21 \text{ m/s}$  reprezintă de fapt viteza de divergență, lucru confirmat și de evaluarea statică a acestei viteze care relevă o viteză de  $608.3 \text{ m/s}$ . Acest mod de flutter care crează probleme are, de asemenea, o contribuție substanțială din partea modului 3 structural după cum se poate observa în tabelul 2.1.

Tabelul 2.1. Modurile de flutter obținute cu ZAERO

| Nr. crt. | Mod de flutter | Viteza [m/s] | Frecvența redusă [Hz] | Presiunea dinamică [ $\text{kg/m}^2$ ] | Contribuțiile modurilor structurale [%] |         |         |
|----------|----------------|--------------|-----------------------|--|---|---------|---------|
|          |                |              |                       |  | Modul 1                                 | Modul 2 | Modul 3 |
| 1        | 1              | 515.81       | 92.25                 | 1.629+05                               | 10.86                                   | 7.25    | 100.00  |
| 2        | 2              | 609.21       | 0                     | 2.273+05                               | 27.15                                   | 0.11    | 100.00  |

În graficul din fig. 2.2 este reprezentată diagrama  $V-g$  (viteză vs. amortizare artificială), în care se observă comportarea fiecărui mod structural și se remarcă comportamentul negativ accentuat al modului 3.

Fig. 2.2. Diagrama  $V-g$  a condițiilor de flutter al modelului de aripă

O viteză critică pare a fi cea de  $400 \text{ m/s}$  la care primul mod structural are o cădere accentuată. Deși această valoare nu pare a fi o viteză de flutter, totuși amortizarea artificială scade foarte brusc și, ca urmare, vom considera că atenuarea vibrațiilor datorate modului 1 structural reprezintă obiectivul principal al sintezei legii de comandă aplicată pe modelul de aripă.

## CAPITOLUL 3 SINTEZA LEGILOR DE COMANDĂ

### SINTEZA LINIAR-PĂTRATICĂ GAUSSIANĂ (LQG)

Pentru a implementa o lege de comandă de tip LQR trebuie să existe măsurări ale tuturor stărilor sistemului. Acest fapt este practic irealizabil, stările ce pot fi măsurate fiind doar ieșirile senzorilor folosiți. Astfel, este necesar de a găsi o metodă pentru a reconstrui ecuațiile de stare ale sistemului și a le estima. Considerând două din ecuațiile sistemului (2.7), ecuația de stare și cea de măsură, avem [32]

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1\zeta(t) + B_2(t)u(t) \\ y(t) &= C_2x(t) + \mu I\eta(t)\end{aligned}\quad (3.1)$$

Se caută o estimare a stărilor  $x(t)$  la orice moment de timp. Dinamica filtrului *Kalman* este dată de relația

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B_2u(t) + K_f(y(t) - C_2\hat{x}(t)) \quad (3.2)$$

Prin adăugarea filtrului s-a obținut sinteza de comandă optimală LQG, sinteză care folosește o lege de comandă similară cu cea dată de sinteza LQR, dar ține cont de starea estimată

$$u_{\text{opt}} = -K_c\hat{x} \quad (3.3)$$

astfel încât folosind relațiile (3.2) și (3.3), sistemul (2.7) capătă forma

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1\zeta(t) - B_2K_c\hat{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) &= K_fC_2x(t) + K_f\mu I\eta(t) + A_0\hat{x}(t)\end{aligned}\quad (3.4)$$

în care s-a făcut notația

$$A_0 = A - B_2K_c - K_fC_2 \quad (3.5)$$

### LEGEA DE COMANDĂ LQG/LTR

Încercarea de a cupla un compensator de tip LQR cu un filtru *Kalman* pentru a elimina dezavantajul legii LQR reprezintă o variantă de obținere a unui sistem de comandă optimală LQG care poate fi aplicat în practică. Dar această cuplare determină pierderea caracteristicilor de robustețe ale noii legi de comandă. Se impune, în acest caz, găsirea unor metode de optimizare a sintezei LQG. Una dintre aceste metode urmărește recuperarea de către bucla de comandă LQG a robusteții buclei LQR. Noua lege de comandă poartă

denumirea de LQG/LTR (Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery) și presupune o construcție specială a filtrului *Kalman*. Criteriul de optimizare este dat de relația

$$L_{LQG}(j\omega) \approx L_{LQR}(j\omega) \quad (3.6)$$

pentru un domeniu de pulsații cât mai mare,  $\omega \in [0, \omega_{max}]$ , unde  $j\omega = s$ , de unde rezultă că

$$\begin{aligned} L_{LQG}(s) &= -K_c \left[ (sI - A + K_f C_2 + B_2 K_c)^{-1} K_f C_2 \right] (sI - A)^{-1} B_2 \\ L_{LQR}(s) &= -K_c (sI - A)^{-1} B_2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Cu alte cuvinte, matricea de amplificare a filtrului va fi acordată astfel încât sistemul comandat LQG/LTR (având matricea în buclă deschisă  $L_{LQG}$ ) să recupereze stabilitatea internă și proprietățile de robustețe ale sistemului comandat LQR (care are matricea în buclă deschisă  $L_{LQR}$ ).

Criteriul de optimizare descris face parte din categoria procedurilor de proiectare a compensatorului în domeniul frecvență prin tehnici de tip „loop shaping” (modelarea buclei). Având dat un sistem de forma celui din relația (3.1) se poate scrie funcția de transfer ca fiind

$$G(s) = C_2 (sI - A)^{-1} B_2 \quad (3.8)$$

Se caută un compensator  $K(s)$  astfel încât sistemul în buclă închisă să satisfacă următoarele cerințe: 1) stabilitate, adică stările să fie mărginite pentru toate perturbațiile mărginite care intră în sistem;

2) performanță, adică erori mici în prezența perturbațiilor;

3) robustețe, adică stabilitatea și performanța sistemului obținut să se păstreze în prezența incertitudinilor de modelare dinamice multiplicative [33].

În cazul de față, matricea funcției de transfer a compensatorului este de forma

$$K(s) = -K_c (sI - A + K_f C_2 + B_2 K_c)^{-1} K_f \quad (3.9)$$

iar matricea funcției de transfer a sistemului în buclă închisă este

$$L(s) = G(s) K(s) \quad (3.10)$$

Cu ajutorul acestei ultime matrici se definesc funcțiile de sensibilitate  $S(s)$  și complementara ei  $T(s)$  ca fiind

$$\begin{aligned} S(s) &= [I + L(s)]^{-1} \\ T(s) &= L(s) S(s) \end{aligned} \quad (3.11)$$

pentru care, evident,  $S(s) + T(s) = I$ .

Este demonstrat că pentru a îndeplini cerințele 1) este necesar ca valorile proprii ale matricii  $L(s)$  să fie strict negative, în timp ce pentru a realiza cerința a doua trebuie ca funcția de sensibilitate să aibe valori singulare cât mai mici (cel puțin la frecvențele perturbațiilor). În contradicție cu acest criteriu, cea de-a treia cerință este îndeplinită atunci când complementara funcției de sensibilitate are valori cât mai mici (fig. 3.1). Cum suma celor două funcții este egală cu unitatea, trebuie realizată o negociere între ultimele două cerințe.

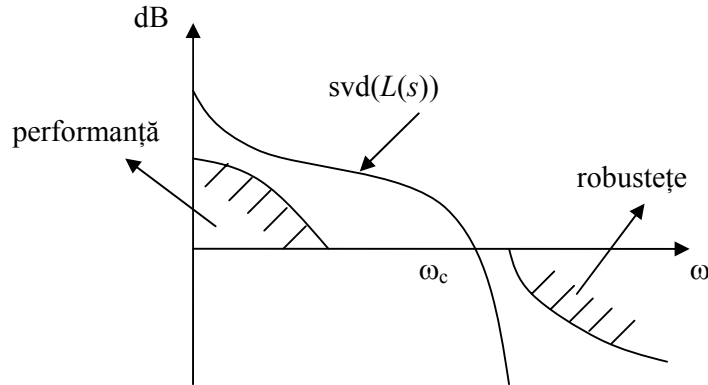


Fig. 3.1. Caracteristica de frecvențe a valorilor singulare ale matricii funcției de transfer

Pe domeniul de frecvențe  $[0 : \omega_c]$ , unde  $\omega_c$  este punctul în care graficul intersectează axa, filtrul *Kalman* are capacitatea de a recupera caracteristicile de performanță și de robustețe ale comenzii LQR. Din acest motiv se urmărește ca bucla de recuperare a matricii de transfer să se situeze deasupra axei frecvențelor (domeniul pe care se realizează performanța sistemului comandat), iar valoarea lui  $\omega_c$  să se găsească în vecinătatea celei mai mari frecvențe proprii cunoscute a cărei amplitudine se dorește a fi amortizată.

Ca termen de comparație pentru performanțele sistemului construit astfel încât să respecte criteriul (3.6) și să țină cont de valorile funcțiilor de sensibilitate și complementara ei, în simulările numerice s-a considerat atât sistemul în buclă închisă de tip LQR (Linear Quadratic Regulator) de forma

$$\dot{x}(t) = (A - B_2 K_c) x(t) + B_1 \xi(t) \quad (3.12)$$

cât și cel pasiv (necomandat)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 \xi(t) \quad (3.13)$$

### LQG/LTR CU MODEL INTERN

Uzual, încorporarea modelului intern în structura compensatorului are rolul de a asigura o bună urmărire a unui semnal de referință care este introdus în sistem și de a elimina influența negativă a perturbațiilor a căror mărime nu este cunoscută în realitate. În cazul de față nu există un semnal de referință, iar modelul intern introdus,  $\theta(t)$ , are rolul de a copia stările sistemului asigurând stabilitate și oferind un plus de robustețe.

Pornind de la construcția legii de comandă anterioare, se adaugă o ecuație a dinamicii modelului intern de forma

$$\dot{\theta}(t) = C^*\theta(t) + B^*y(t) \quad (3.14)$$

în care  $C^*$  și  $B^*$  sunt matrici de ponderare. Semnalul de comandă va fi

$$u(t) = -K_0\hat{x}(t) + K_f\theta(t) \quad (3.15)$$

Sistemul pasiv va fi

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_f\zeta(t) \quad (3.16)$$

în timp ce sistemele comandate LQR și LQG/LTR vor deveni

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A - B_2K_0)x(t) + B_f\zeta(t) + B_2K_f\theta(t) \\ \dot{\theta}(t) &= C^*\theta(t) + B^*C_2x(t) + B^*\mu I\eta(t) \end{aligned} \quad (3.17)$$

respectiv

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_f\zeta(t) - B_2K_0\hat{x}(t) + B_2K_f\theta(t) \\ \dot{\theta}(t) &= C^*\theta(t) + B^*C_2x(t) + B^*\mu I\eta(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) &= K_fC_2x(t) + K_f\mu I\eta(t) + (A - B_2K_0 - K_fC_2)\hat{x}(t) + B_2K_f\theta(t) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Buclele sistemelor comandate LQR, respectiv LQG/LTR se vor modifica corespunzător

$$\begin{aligned} L_{LQG}(s) &= -\left\{ K_0(sI - A + K_fC_2 + B_2K_0)^{-1} K_f + \left[ K_0(sI - A + K_fC_2 + B_2K_0)^{-1} B_2 + 1 \right] \right. \\ &\quad \left. (sI - C^*)^{-1} B^* \right\} C_2(sI - A)^{-1} B_2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$L_{LQR}(s) = -\left[ K_0 - K_1(sI - C^*)^{-1} B^*C_2 \right] (sI - A)^{-1} B_2$$

iar matricea funcției de transfer a compensatorului este de forma

$$K(s) = -K_0(sI - A + K_fC_2 + B_2K_0)^{-1} \left[ K_f - B_2K_1(sI - C^*)^{-1} B^* \right] + K_1(sI - C^*)^{-1} B^* \quad (3.20)$$



**SINTEZA LQG/LTR A SISTEMULUI DECUPLAT****Sistemul LQG/LTR decuplat fără model intern**

Pentru a demonstra capacitatea sistemului comandat după o lege de tip LQG/LTR de a elimina influențele negative ale modurilor necomandate se construiește un compensator și un filtru ținând cont doar de primele două moduri proprii ale modelului. Testarea acestei legi de comandă se realizează pe sistemul decuplat în moduri comandate (primele două moduri, indice „C”) și moduri necomandate (al treilea mod propriu, indice „R”) prin introducerea în sistem a unei perturbații suplimentare care are frecvența modului necomandat [33].

Ca urmare, ecuațiile pentru sistemele LQR și LQG/LTR sunt:

$$\begin{aligned}\dot{x}_C(t) &= A_C x_C(t) + B_{2C} u(t) + B_{1C} (\xi(t) + w(t)) \\ \dot{x}_R(t) &= A_R x_R(t) + B_{2R} u(t) + B_{1R} (\xi(t) + w(t)) \\ y(t) &= C_{2C} x_C(t) + C_{2R} x_R(t) + \mu I \eta(t)\end{aligned}\quad (3.21)$$

În cazul sistemului LQR semnalul de comandă este de forma  $u = -K_C x$ , în timp ce sistemul LQG/LTR folosește o lege de comandă de tipul  $u = -K_C \hat{x}$ , filtrul *Kalman* fiind descris de ecuația

$$\dot{\hat{x}}_C = A_C \hat{x}_C + B_{2C} u + K_f (y - C_{2C} \hat{x}_C) \quad (3.22)$$

Funcția cost este similară celei a sistemului nedecuplat, cu deosebirea că matricea de ponderare a stărilor ține cont doar de modurile comandate.

$$\begin{aligned}J &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T \begin{bmatrix} x(t)^T & u(t)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} dt \right\} \\ Q &= C_{1C}^T Q_j C_{1C}, R = \rho R I\end{aligned}\quad (3.23)$$

Obținerea matricilor de ponderare ale compensatorului și filtrului se realizează prin rezolvarea celor două ecuații *Riccati* de forma

$$\begin{aligned}A_C^T P + P A_C - P B_{2C} R^{-1} B_{2C}^T P + C_{1C}^T Q_j C_{1C} &= 0 \\ A_C S + S A_C^T - S C_{2C}^T Q_\eta C_{2C} S + B_{1C} Q_\xi B_{1C}^T &= 0\end{aligned}\quad (3.24)$$

Alegerea ponderilor se face ținând cont de criteriul de optimizare dat de relația (3.6), de valoarea semnalului de comandă și de valorile funcțiilor de sensibilitate și complementara acesteia. Sistemul LQG/LTR în buclă închisă va fi

$$\begin{aligned}\dot{x}_C(t) &= A_C x_C(t) - B_{2C} K_c \hat{x}_C(t) + B_{1C} \xi(t) + B_{1C} w(t) \\ \dot{x}_R(t) &= A_R x_R(t) - B_{2R} K_c \hat{x}_C(t) + B_{1R} \xi(t) + B_{1R} w(t) \\ \dot{\hat{x}}_C(t) &= K_f C_{2C} x_C(t) + (A_C - B_{2C} K_c - K_f C_{2C}) \hat{x}_C(t) + K_f C_{2R} x_R(t) + K_f \mu I \eta(t)\end{aligned}\quad (3.25)$$

Buclele sistemelor comandate LQR, respectiv LQG/LTR vor fi date de formulele

$$\begin{aligned} L_{LQG}(s) &= -K_c \left[ (sI - A_C + K_f C_{2C} + B_{2C} K_c)^{-1} K_f C_{2C} \right] (sI - A_C)^{-1} B_{2C} \\ L_{LQR}(s) &= -K_c (sI - A_C)^{-1} B_{2C} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Funcția de transfer a sistemului fără comandă va fi

$$G(s) = C_{2C} (sI - A_C)^{-1} B_{2C} \quad (3.27)$$

iar matricea funcției de transfer a compensatorului este de forma

$$K(s) = -K_c (sI - A_C + K_f C_{2C} + B_{2C} K_c)^{-1} K_f \quad (3.28)$$

### Sistemul LQG/LTR decuplat cu model intern

Cuplarea unui model intern în cazul unui sistem de comandă LQG/LTR decuplat are rolul de a compensa eventuale pierderi ale robusteții față de sistemul nedecuplat, dar și de a crește performanța comenzii. La sistemul decuplat se mai adaugă ecuația dinamicii modelului intern,  $\theta(t)$ . Astfel ecuațiile noului sistem vor fi

$$\begin{aligned} \dot{x}_C(t) &= A_C x_C(t) + B_{2C} u(t) + B_{1C} (\xi(t) + w(t)) \\ \dot{x}_R(t) &= A_R x_R(t) + B_{2R} u(t) + B_{1R} (\xi(t) + w(t)) \\ \dot{\theta}(t) &= C^* \theta(t) + B^* C_{2C} x_C(t) + B^* C_{2R} x_R(t) + B^* \mu I \eta(t) \\ y(t) &= C_{2C} x_C(t) + C_{2R} x_R(t) + \mu I \eta(t) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Semnalul de comandă va depinde de estimarea modurilor comandate și de valoarea dată de modelul intern  $\theta(t)$

$$u(t) = -K_\rho \hat{x}_C(t) + K_I \theta(t) \quad (3.30)$$

Ecuațiile *Riccati* pentru găsirea matricilor de amplificare vor fi

$$\begin{aligned} \tilde{A}^T P + P \tilde{A} - P \tilde{B}_2 R^{-1} \tilde{B}_2^T P + \tilde{C}_1^T Q \tilde{C}_1 &= 0 \\ A_C S + S A_C^T - S C_{2C}^T Q_\eta C_{2C} S + B_{1C} Q_\xi B_{1C}^T &= 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

în care am notat

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_C & 0 \\ B^* C_{2C} & C^* \end{bmatrix}, \tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} B_{2C} \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} C_{1C} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Aceste matrici, care intervin în ecuația *Riccati* corespunzătoare determinării matricei de amplificare a comenzii, sunt construite cu ajutorul primei și celei de-a treia ecuații din sistemul descris de relațiile (3.33). Buclele sistemelor LQR, respectiv LQG/LTR vor fi

$$L_{LQG}(s) = -\left\{ K_0(sI - A_C + K_f C_{2C} + B_{2C} K_0)^{-1} K_f + \left[ K_0(sI - A_C + K_f C_{2C} + B_{2C} K_0)^{-1} B_{2C} + 1 \right] (sI - C^*)^{-1} B^* \right\} C_{2C} (sI - A_C)^{-1} B_{2C} \quad (3.33)$$

$$L_{LQR}(s) = -\left[ K_0 - K_1 (sI - C^*)^{-1} B^* C_{2C} \right] (sI - A_C)^{-1} B_{2C}$$

iar matricea funcției de transfer a compensatorului sistemului este de forma

$$K(s) = -K_0(sI - A_C + K_f C_{2C} + B_{2C} K_0)^{-1} \left[ K_f - B_{2C} K_1 (sI - C^*)^{-1} B^* \right] + K_1 (sI - C^*)^{-1} B^* \quad (3.34)$$

Toate cele trei matrici de ponderare,  $K_0$ ,  $K_1$  și  $K_f$  vor fi căutate astfel încât să asigure criteriile de optimizare menționate anterior.

Introducerea modelului intern pune anumite probleme comenzii datorită componentei reziduale  $B^* C_{2R} x_R(t)$  din a treia ecuație a sistemului (3.29). Întrucât sinteza legii de comandă se realizează doar pe modurile comandate, această componentă reziduală apare ca un zgomot pe stare care trebuie eliminat cu un efort suplimentar al comenzii.

## SINTEZA MOD ALUNECĂTOR

### Legea de comandă mod alunecător

Ideea de bază a comenzii mod alunecător este de a utiliza așa-numitele  $m$  hiperplane ( $m$  fiind dimensiunea vectorului de comandă  $u$ ) date de relația

$$s_i := g_i^T \hat{x} = 0, \text{ pentru } i = 1, 2, \dots, m \quad (3.35)$$

Sistemul rămâne stabil atâta timp cât stările nu se îndepărtează de aceste hiperplane (3.35).

Legea de comandă echivalentă pentru menținerea stărilor în această poziție este dată de

$$u_{eq} = -(GB_2)^{-1} \left[ G(A - K_f C_2) \hat{x} + GK_f y \right] \quad (3.36)$$

$$G := [g_1, g_2, \dots, g_m]^T$$

ceea ce presupune că dacă stările estimate nu părăsesc hiperplanurile  $s_i$ , atunci  $\dot{s}_i = 0$ . Stările „evadate” din aceste hiperplane vor fi din nou capturate dacă

$$u = u_{eq} - (GB_2)^{-1} \text{diag}(\beta) \text{sgn}[s_1, s_2, \dots, s_m] \quad (3.37)$$

în care  $\text{diag}(\beta)$  este o matrice diagonală, iar pe poziția  $i$  apare un număr pozitiv  $\beta_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ .

Astfel, funcția *Liapunov*  $L = s_i^T s_i / 2$  are derivata negativă,  $\dot{L} < 0$ , iar starea sistemului este transferată hiperplanului  $s_i$ .

Pentru a elimina fenomenul de chattering (vibrație a comenzii) dat de funcția signum, o procedură des folosită este de a utiliza efectul de „strat limită” de grosime  $\delta$  al funcției de saturație care să substituie funcția signum

$$\text{sats}_i = \begin{cases} \text{sgns}_i & \text{daca } |s_i| > \delta_i \\ s_i / \delta_i & \text{altfel, } i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (3.38)$$

În acest fel legea de comandă efectivă poate fi scrisă ca

$$u = -(GB_2)^{-1} [G(A - K_f C_2 + \rho I_n) \hat{x} + GK_f y] \quad (3.39)$$

în care prin definiție se alege  $\rho := \beta / \delta$ .

Dacă introducem variabila de eroare  $\varepsilon$  și facem următoarele notații

$$\varepsilon := x - \hat{x}, U := B_2 (GB_2)^{-1} G \quad (3.40)$$

atunci dinamica sistemului în buclă închisă este descrisă de relația

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A - U(A + \rho I_n)U(A + \rho I_n - K_f C_2) & \\ 0 & A - K_f C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_l & -UK_f \\ B_l & -K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} := \\ &:= A_{cl} \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} + D_{cl} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Problema principală a construcției comenzii mod alunecător o constituie alegerea hiperplanurilor  $s_i$  determinate de vectorii  $g_i$ . O variantă este de a căuta acești vectori astfel încât să minimizeze o funcție obiectiv de forma

$$J := \int_0^\infty x^T Q x dt, \quad Q = C_1^T C_1 \geq 0 \quad (3.42)$$

Se construiește matricea  $P$  ca o bază de vectori ai spațiului nul al lui  $B_2^T$ ,  $\ker(B_2^T)$ . Definind o transformare de tipul

$$r(t) = Hx(t), \quad H := [P \quad B_2]^T \quad (3.43)$$

și ignorând perturbația  $\xi$ , prima ecuație din sistem poate fi prelucrată ca

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ b \end{bmatrix} u \quad (3.44)$$

prin descompunerea lui  $r$  în două componente  $r_1$  și  $r_2$  de dimensiuni  $(n-m)$  și, respectiv  $m$ .

Dacă  $S := [s_1, \dots, s_m]$  este exprimat ca fiind

$$S = Kr_1 + r_2 \quad (3.45)$$

atunci  $S = 0$  implică  $r_2 = -Kr_1$  și  $K$  este un feedback de stare. Pentru o problemă de regulator complet al stărilor relația va fi de forma  $S = GX$ . Ca urmare

$$G = [K \quad I_m]H \quad (3.46)$$

unde

$$K = R^{-1} [S_{12}^T P_2 + N^T] \quad (3.47)$$

$$P_2 (S_{11} - S_{12} R^{-1} N^T) + (S_{11}^T - N R^{-1} S_{12}^T) P_2 - P_2 S_{12} R^{-1} S_{12}^T P_2 + Q_1 - N R^{-1} N^T = 0 \quad (3.48)$$

O lemă asigură că acest mod de alegere al lui  $G$  minimizează funcția cost

$$J_1 = E \left\{ \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau x^T Q x d\tau \right\} \quad (3.49)$$

cu constrângerea  $S = G\hat{x} = 0$ . Mai mult de atât, o valoare proprie a lui  $A - U(A + \rho I_n)$  este  $-\rho$ , iar celelalte ale lui  $S_{11} - S_{12}K$ ; ele pot fi plasate optim prin alegerea lui  $G$ . Dinamica sistemului în buclă închisă este completată de valorile proprii ale estimatorului.

### Estimatorul mod alunecător

O variantă de eliminare a acestor neajunsuri legate de efectele de tip „spillover” este de a cupla la un compensator de tip mod alunecător un estimator mod alunecător proiectat astfel încât să ia în considerare câteva moduri neglijate de către sinteza legii de comandă. Estimatorul trebuie să fie capabil să elimine influența frecvențelor modurilor necomandate, frecvențe considerate ca perturbații introduse în sistem.

Pentru construcția estimatorului este necesară separarea ecuațiilor de mișcare în două categorii: cele care descriu dinamica modurilor comandate (indice  $N$ ) și cele ale modurilor necomandate sau reziduale (indice  $R$ ). Astfel ecuațiile au fost prelucrate sub forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_N &= A_N x_N + B_{2N} u + B_{1N} (\xi + w) \\ \dot{x}_R &= A_R x_R + B_{2R} u + B_{1R} (\xi + w) \\ y &= C_{2N} x_N + C_{2R} x_R + \mu I \eta \end{aligned} \quad (3.50)$$

Matricile  $A_N, A_R, B_{2N}, B_{2R}, B_{1N}, B_{1R}, C_{2N}, C_{2R}$  au dimensiuni corespunzătoare. Estimatorul mod alunecător este proiectat pe baza modurilor comandate și are forma

$$\dot{\hat{x}} = A_N \hat{x}_N + B_{2N} u - G_1 (C_{2N} \hat{x}_N - y) + G_{nl} v \quad (3.51)$$

în care  $G_1$  și  $G_{nl}$  sunt matrici de amplificare, iar  $v$  reprezintă componente discontinue date

de

$$v = \begin{cases} -\rho(t, u, y) \frac{Pe}{\|Pe\|}, & \text{daca } e \neq 0 \\ 0, & \text{altfel} \end{cases} \quad (3.52)$$

unde  $\rho(t, u, y)$  este o funcție scalară pozitivă, iar matricea  $P$  este o matrice simetrică pozitiv definită care, pentru  $A_0 = A_N - G_I C_{2N}$  și o matrice  $Q$  pozitiv definită, satisface ecuația de tip *Liapunov*

$$PA_0 + A_0^T P = -Q \quad (3.53)$$

Considerând eroarea aplicată modurilor comandate

$$e = \hat{x}_N - x_N \quad (3.54)$$

se urmărește ca ea să tindă la zero în prezența perturbațiilor și a incertitudinilor de modelare. Întrucât ieșirea măsurată depinde atât de modurile comandate, cât și de cele reziduale, dinamica erorii va fi

$$\dot{e} = A_0 e + G_I C_{2R} x_R - B_{IN} (\xi + w) + G_I \mu I_n \eta + G_{nl} v \quad (3.55)$$

Se observă că modurile reziduale apar ca perturbații în dinamica erorii.

Stabilitatea dinamicii erorii poate fi arătată prin utilizarea teoriei de stabilitate *Liapunov*. Se consideră o funcție *Liapunov* de forma  $V = e^T P e$ , se face derivata în timp a funcției și se pune condiția ca aceasta să fie mai mică decât zero obținându-se astfel o condiție de forma

$$\rho \geq \frac{\sqrt{\lambda_m(P(G_I C_{2R})(G_I C_{2R})^T P)} |x_R| + \sqrt{\lambda_m(P(G_I \mu I)(G_I \mu I)^T P)} |\eta| - \sqrt{\lambda_m(P B_{IN} B_{IN}^T P)} |\xi + w|}{|G_{nl} P|} \quad (3.56)$$

Astfel efectul modurilor reziduale poate fi redus prin alegerea optimă a scalarului pozitiv  $\rho$ .

## SIMULĂRI NUMERICE

### *Sistemul LQG/LTR fără model intern*

Scopul pe care îl urmărim în această lucrare este, în principal, de a atenua amplitudinea primului mod de vibrație fără a destabiliza celelalte moduri. O altă cerință este aceea ca legea de comandă să fie robustă la variații parametrice. Pornind de la aceste două deziderate, am construit matricea de amplificare a compensatorului (atât al sistemului LQR, cât și LQG/LTR), prin rezolvarea primei ecuații *Riccati*, astfel încât să putem obține o atenuare cât mai mare a primului mod. Altfel spus, bucla LQR a fost ridicată cât de mult posibil deasupra axei frecvențelor. Prin căutări de tip „trial and error” ponderile

compensatorului au fost alese ca fiind

$$Q_J = \text{diag}(10^7, 10, 10, 10^6, 1, 1, 1) \quad (3.57)$$

$$\rho_R = 1 \times 10^{-5}$$

Graficul din fig. 3.2. pune în evidență gradul de îndeplinire a criteriului (3.6). Încercarea de a ridica această buclă mai mult deasupra axei frecvențelor a condus la valori foarte mari ale semnalului de comandă.

Pentru a obține bucla din fig. 3.2, am optat pentru următoarele ponderi ale filtrului

$$Q_\xi = q_{csi} B_I B_I^T, \quad q_{csi} = 1 \quad (3.58)$$

$$Q_\eta = \mu^2 I_p, \quad \mu = 3.16 \times 10^{-10}$$

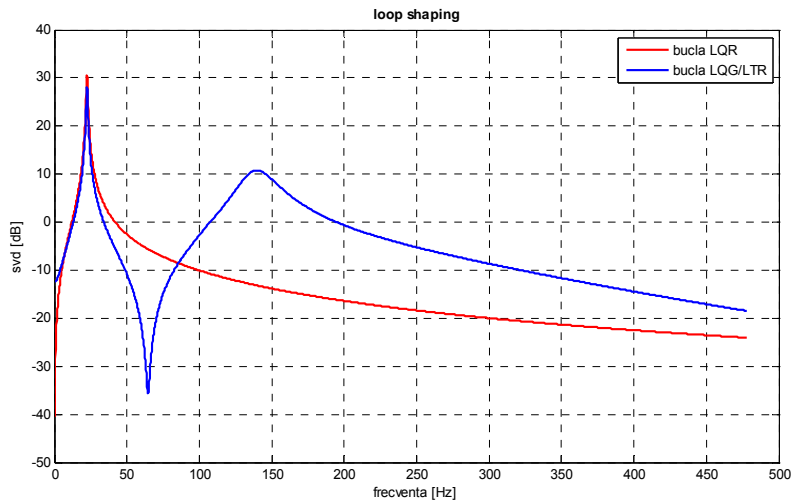


Fig. 3.2. Gradul de realizare a criteriului de urmărire a buclor sistemelor LQR și LQG/LTR fără model intern

Performanța realizată de sistemul de comandă LQG/LTR, comparativ cu sistemul pasiv, pentru o perturbație de frecvența primului mod de rezonanță este demonstrată calitativ în fig. 3.3. Observăm o performanță remarcabilă a sistemului comandat în ceea ce privește evoluția, atât a primului mod de rezonanță, cât și a răspunsului întregii structuri redat de semnalul de măsură. Cât privește celelalte două moduri proprii, acestea nu sunt atenuate, dar evoluția lor este stabilă. Cantitativ, atenuarea realizată pe primul mod este de 22.98 dB.

Un set de teste a vizat robustețea legii de comandă la variația parametrilor sistemului. Aceste teste au constat în modificarea frecvențelor proprii ale sistemului, în limita de  $\pm 25\%$ , și introducerea în sistemele respective a unei perturbații de tip sinusoidal a cărei frecvență este prima frecvență de rezonanță a sistemului modificat.

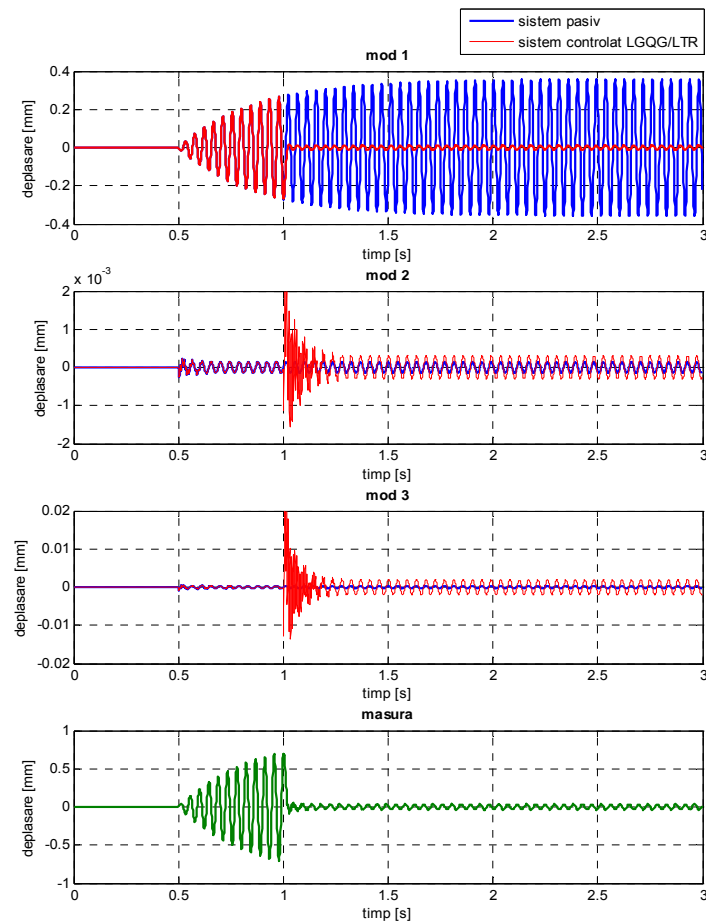


Fig. 3.3. Evoluția în timp a sistemului comandat LQG/LTR fără model intern versus sistemul pasiv

Matricile de amplificare ale comenzii și filtrului au rămas nemodificate față de cele obținute pe configurația de bază (sistemul nominal). Rezultatele sunt prezentate în tabelul 3.1.

Tabelul 3.1. Rezultatele testelor de robustețe la variații parametrice ale sistemelor LQR și LQG/LTR fără model intern

| Nr. crt. | Variație frecvența 1 [%] | Variație frecvența 2 [%] | Variație frecvența 3 [%] | Atenuare mod 1 LQR [dB] | Atenuare mod 1 LTR [dB] | Atenuare sistem LQR [dB] | Atenuare sistem LTR [dB] |
|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1        | 20                       | -10                      | -10                      | 10.39                   | 8.33                    | 10.37                    | 8.19                     |
| 2        | 25                       | -15                      | -10                      | 8.59                    | 6.53                    | 8.59                     | 6.36                     |
| 3        | 25                       | -10                      | -15                      | 8.59                    | 6.52                    | 8.55                     | 6.32                     |
| 4        | 25                       | 0                        | -25                      | 8.59                    | 6.52                    | 8.42                     | 6.19                     |
| 5        | 25                       | -25                      | 0                        | 8.59                    | 6.54                    | 8.64                     | 6.43                     |
| 6        | 25                       | 25                       | 0                        | 8.59                    | 6.53                    | 8.63                     | 6.42                     |
| 7        | <b>25</b>                | <b>25</b>                | <b>25</b>                | <b>8.59</b>             | <b>6.54</b>             | <b>8.68</b>              | <b>6.51</b>              |
| 8        | -25                      | 25                       | 25                       | 10.05                   | 7.96                    | 10.15                    | 8.10                     |
| 9        | -25                      | -25                      | 25                       | 10.05                   | 7.96                    | 10.15                    | 8.10                     |
| 10       | <b>-25</b>               | <b>-25</b>               | <b>-25</b>               | <b>10.05</b>            | <b>7.91</b>             | <b>9.92</b>              | <b>8.03</b>              |
| 11       | -25                      | 25                       | -25                      | 10.05                   | 7.91                    | 9.92                     | 8.03                     |



Se observă o comportare foarte bună la variații parametrice, chiar și în condițiile exagerate în care toate frecvențele sistemului au fost modificate cu un procent de 25%. Mai remarcăm faptul că modificarea frecvențelor 2 și 3 influențează foarte puțin atenuarea atât a primului mod, cât și a sistemului. Deși performanțele față de sistemul nominal sunt reduse, putem afirma că în cazul tuturor configurațiilor testate legea de comandă este eficientă.

### ***Sistemul LQG/LTR cu model intern***

Pornind de la sistemul descris de relația (3.18), vom urma aceeași procedură de alegere a ponderilor necesare determinării matricilor de amplificare ale comenzii și filtrului. În prima etapă, pentru a putea face o comparație între sistemul cu și fără model intern, vom păstra aceleași ponderi găsite pentru sistemul fără model intern. Singura diferență apare datorită introducerii modelului intern  $\theta(t)$  și este concretizată prin necesitatea introducerii unei ponderi pe stare a compensatorului.

Matricile de ponderare ale modelului intern  $\theta(t)$  au fost alese ca fiind

$$B^* = 10^7, C^* = -10^7 \quad (3.59)$$

În comparație cu cazul sistemului LQG/LTR, ponderile alese sunt aceleași, diferența constând doar în introducerea ponderii modelului intern. Analiza răspunsului sistemului la aceeași excitație aplicată sistemului fără model intern oferă informații privind performanța ridicată a noului sistem.

În ceea ce privește testele de robustețe la variații parametrice, valorile matricilor de amplificare ale compensatorului și filtrului determinate pe configurația de bază au fost preluate și testate pe alte sisteme. Variația frecvențelor proprii ale acestor sisteme a fost extinsă până la valoarea de  $\pm 50\%$ . Pentru fiecare sistem testat, frecvența perturbației introduse a fost prima frecvență de rezonanță a sistemului respectiv. Rezultatele acestor teste, prezentate în tabelul 3.2., indică o comportare asemănătoare a celor două tipuri de sisteme comandate, în sensul că ele rămân stabile în aceleași condiții, însă performanțele obținute de către sistemul cu model intern sunt net superioare (amortizări de cca 2 ori mai mari). După cum observăm, situația defavorabilă în care apare instabilitatea sistemelor este generată de scăderea primei frecvențe concomitent cu creșterea celei de-a treia frecvențe de rezonanță a sistemului cu câte 50 de procente. Practic această situație este aproape imposibilă în ceea ce privește erorile de modelare. Mai trebuie menționat că pentru toate configurațiile stabile testate valoarea semnalului de comandă s-a încadrat în limitele de  $\pm 500$  V.

Tabelul 3.2. Rezultatele testelor de robustețe la variații parametriche ale celor două tipuri de sisteme, fără și cu model intern

| Nr. crt. | Variație frecvența 1 [%] | Variație frecvența 2 [%] | Variație frecvența 3 [%] | Atenuare mod 1 LTR fără MI [dB] | Atenuare mod 1 LTR cu MI [dB] | Atenuare sistem LTR fără MI [dB] | Atenuare sistem LTR cu MI [dB] |
|----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1        | 20                       | -10                      | -10                      | 8.33                            | 17.28                         | 8.19                             | 20.49                          |
| 2        | 25                       | -15                      | -10                      | 6.53                            | 15.46                         | 6.36                             | 18.69                          |
| 3        | 25                       | -10                      | -15                      | 6.52                            | 15.13                         | 6.32                             | 18.66                          |
| 4        | 25                       | 0                        | -25                      | 6.52                            | 14.37                         | 6.19                             | 18.53                          |
| 5        | 25                       | -25                      | 0                        | 6.54                            | 15.94                         | 6.43                             | 18.40                          |
| 6        | 25                       | 25                       | 0                        | 6.53                            | 15.93                         | 6.42                             | 18.70                          |
| 7        | 25                       | 25                       | 25                       | 6.54                            | 16.74                         | 6.51                             | 18.67                          |
| 8        | -25                      | 25                       | 25                       | 7.96                            | 17.81                         | 8.10                             | 20.09                          |
| 9        | -25                      | -25                      | 25                       | 7.96                            | 17.81                         | 8.10                             | 20.09                          |
| 10       | -25                      | -25                      | -25                      | 7.91                            | 14.81                         | 8.03                             | 19.90                          |
| 11       | -25                      | 25                       | -25                      | 7.91                            | 14.8                          | 8.03                             | 19.90                          |
| 12       | -30                      | -30                      | 30                       | 6.74                            | 16.58                         | 6.9                              | 18.76                          |
| 13       | -40                      | -40                      | 40                       | 5.01                            | 14.78                         | 5.21                             | 16.80                          |
| 14       | -50                      | -50                      | 48                       | 3.87                            | 13.48                         | 4.06                             | 15.32                          |
| 15       | -50                      | -50                      | 50                       | instabil                        | instabil                      | instabil                         | instabil                       |
| 16       | -50                      | 50                       | 48                       | 3.86                            | 13.44                         | 4.06                             | 15.32                          |
| 17       | 50                       | 50                       | 48                       | 1.72                            | 11.14                         | 1.65                             | 12.49                          |
| 18       | 50                       | 50                       | 50                       | 1.71                            | 11.17                         | 1.65                             | 12.49                          |
| 19       | 50                       | -50                      | 50                       | 1.72                            | 11.19                         | 1.66                             | 12.49                          |
| 20       | -50                      | 50                       | 50                       | instabil                        | instabil                      | instabil                         | instabil                       |

**Simulări sistem LQG/LTR decuplat, fără și cu model intern, respectiv sistem mod alunecător**

***Sistemul LQG/LTR decuplat fără model intern***

Reducerea ordinului sistemului de la modelul FEM (cu un număr foarte mare de grade de libertate) la un sistem care să ia în considerare numai primele 3 moduri proprii a asumat un anumit risc, legat de influența gradelor de libertate neglijate. Pentru a demonstra capacitatea legii de comandă de a limita influența negativă a acestor moduri neglijate, am construit o lege de tip LQG/LTR cu ajutorul primelor două moduri (numite moduri comandate), cel de-al treilea mod exitând în sistemul simulat și fiind considerat neglijat (mod rezidual). Legea de comandă va acționa pe toate aceste moduri, comandate sau reziduale. Excitația sistemului va acționa pe prima frecvență de rezonanță, iar suplimentar se va adăuga o excitație pe cea de-a treia frecvență de rezonanță, cea a modului neglijat.

Ponderile pentru determinarea matricilor de amplificare ale compensatorului și filtrului au fost alese ținând cont de aceleași criterii de optimizare folosite în cazurile anterioare.

Răspunsul sistemului la excitația combinată este ilustrată, din punct de vedere calitativ în grafice. Remarcăm o bună atenuare a primului mod, cât și foarte buna comportare a modului 3, modul neglijat în sinteza comenzii. Cantitativ, atenuările obținute pe primul mod, respectiv pe întreg sistemul, sunt de 23.45, respectiv 23.30 dB. Mai precizăm că valoarea semnalului de comandă s-a încadrat în limitele de  $\pm 400$  V.

Un set de teste vizează caracteristicile de robustețe ale legii de comandă. Păstrând valorile nominale ale matricilor de amplificare ale compensatorului și filtrului, vom modifica frecvențele proprii ale sistemului pasiv și vom excita sistemul comandat la aceste noi frecvențe de rezonanță.

Tabelul 3.3. Rezultatele testelor de robustețe la variații parametrică ale celor trei tipuri de sisteme LQG/LTR, decuplat, fără și cu model intern

| Nr. crt.  | Variație frecv 1 [%] | Variație frecv 2 [%] | Variație frecv 3 [%] | Atenuare mod 1 fără MI [dB] | Atenuare mod 1 cu MI [dB] | Atenuare mod 1 decuplat [dB] | Atenuare sistem fără MI [dB] | Atenuare sistem cu MI [dB] | Atenuare sistem decuplat [dB] |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|---------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| 1         | 20                   | -10                  | -10                  | 8.33                        | 17.28                     | 10.41                        | 8.19                         | 20.49                      | 10.76                         |
| 2         | 25                   | -15                  | -10                  | 6.53                        | 15.46                     | 8.69                         | 6.36                         | 18.69                      | 9.05                          |
| 3         | 25                   | -10                  | -15                  | 6.52                        | 15.13                     | 8.68                         | 6.32                         | 18.66                      | 9.11                          |
| 4         | 25                   | 0                    | -25                  | 6.52                        | 14.37                     | 8.65                         | 6.19                         | 18.53                      | 9.27                          |
| 5         | 25                   | -25                  | 0                    | 6.54                        | 15.94                     | 8.68                         | 6.43                         | 18.40                      | 9.00                          |
| 6         | 25                   | 25                   | 0                    | 6.53                        | 15.93                     | 8.68                         | 6.42                         | 18.70                      | 9.00                          |
| 7         | 25                   | 25                   | 25                   | 6.54                        | 16.74                     | 8.65                         | 6.51                         | 18.67                      | 8.82                          |
| 8         | -25                  | 25                   | 25                   | 7.96                        | 17.81                     | 9.67                         | 8.10                         | 20.09                      | 9.86                          |
| 9         | -25                  | -25                  | 25                   | 7.96                        | 17.81                     | 9.67                         | 8.10                         | 20.09                      | 9.86                          |
| 10        | -25                  | -25                  | -25                  | 7.91                        | 14.81                     | 8.78                         | 8.03                         | 19.90                      | 9.43                          |
| 11        | -25                  | 25                   | -25                  | 7.91                        | 14.8                      | 8.78                         | 8.03                         | 19.90                      | 9.43                          |
| 12        | -30                  | -30                  | 30                   | 6.74                        | 16.58                     | 8.45                         | 6.9                          | 18.76                      | 8.64                          |
| 13        | -40                  | -40                  | 40                   | 5.01                        | 14.78                     | 6.74                         | 5.21                         | 16.80                      | 6.94                          |
| 14        | -50                  | -50                  | 48                   | 3.87                        | 13.48                     | 5.6                          | 4.06                         | 15.32                      | 5.8                           |
| <b>15</b> | <b>-50</b>           | <b>-50</b>           | <b>50</b>            | <b>instabil</b>             | <b>instabil</b>           | <b>5.62</b>                  | <b>instabil</b>              | <b>instabil</b>            | <b>5.8</b>                    |
| 16        | -50                  | 50                   | 48                   | 3.86                        | 13.44                     | 5.6                          | 4.06                         | 15.32                      | 5.8                           |
| 17        | 50                   | 50                   | 48                   | 1.72                        | 11.14                     | 5.6                          | 1.65                         | 12.49                      | 5.8                           |
| 18        | 50                   | 50                   | 50                   | 1.71                        | 11.17                     | 3.86                         | 1.65                         | 12.49                      | 3.99                          |
| 19        | 50                   | -50                  | 50                   | 1.72                        | 11.19                     | 3.86                         | 1.66                         | 12.49                      | 3.99                          |
| <b>20</b> | <b>-50</b>           | <b>50</b>            | <b>50</b>            | <b>instabil</b>             | <b>instabil</b>           | <b>5.62</b>                  | <b>instabil</b>              | <b>instabil</b>            | <b>5.8</b>                    |

Observăm că **sistemul LQG/LTR decuplat este singurul care a rămas stabil în orice condiții, rezultat absolut remarcabil**. Din punct de vedere al performanței obținute, rezultatele se situează între cele obținute de sistemele anterioare. Adică, atenuările au valori mai mari decât cele obținute de sistemul fără model intern, dar destul de mici în comparație cu sistemul cu model intern.

### ***Sistemul LQG/LTR decuplat cu model intern***

Ca și în subcapitolul anterior, vom considera că primele două moduri sunt cunoscute pentru sinteza comenzii, iar cel de-al treilea mod este necomandat. Pentru a testa capacitatea sistemului comandat de a elimina influența negativă a modului neglijat, vom introduce în sistem o perturbație suplimentară, care să aibă frecvența acestui mod. Întrucât simulările pe sistemul comandat decuplat fără model intern au demonstrat comportarea foarte bună a acestui sistem din punct de vedere al robusteții și al capacității de eliminare a efectelor negative ale modurilor reziduale, vom încerca să îmbunătățim în primul rând performanțele obținute prin integrarea în sistem a unui model intern.

Criteriile de optimizare a alegerii ponderilor pentru calculul matricilor de amplificare ale compensatorului și filtrului sunt cele de urmărire a buclelor LQR și LQG/LTR în primul rând, iar apoi criteriul valorilor singulare ale funcțiilor de sensibilitate și complementării ei. Din punct de vedere cantitativ, atenuările obținute pe primul mod și pe măsură sunt de 27.66, respectiv 30.42 dB, rezultate superioare față de sistemul fără model intern.

Un set de teste vizează robustețea legii de comandă la modificări ale parametrilor sistemului. Ca și în subcapitolele anterioare, am păstrat nemodificate față de valorile determinate pe configurația de bază, matricile de amplificare ale compensatorului și filtrului. Variația frecvențelor proprii față de cele ale sistemului nominal a fost în limita de  $\pm 50\%$ , iar perturbația introdusă în sistem a avut, în fiecare caz, frecvența primului mod de rezonanță a sistemului respectiv. Rezultatele comparative ale simulărilor sunt prezentate în tabelul 3.4, atât pentru noua lege de comandă, cât și pentru celelalte trei analizate anterior. Așa cum era de așteptat, performanțele sistemului LQG/LTR cu model intern sunt foarte bune. Legea de comandă a preluat capacitatea de a obține performanțe ridicate, caracteristică comenzii cu model intern, fapt demonstrat de similitudinea rezultatelor obținute de cele două sisteme care au încorporat un model intern. Pe de altă parte, remarcăm o asemănare a celor două legi de comandă construite pe sistemul decuplat, în ceea ce privește stabilitatea sistemelor. Pe liniile boldate ale tabelului, sunt evidențiate performanțele obținute de fiecare sistem, în condițiile care par a fi cele mai defavorabile. Cele două legi construite pe sistemul decuplat rămân stabile chiar și în aceste condiții, iar performanțele obținute de sistemul cu model intern sunt net superioare.

În concluzie, am putea afirma că legea de comandă LQG/LTR construită pe sistemul decuplat, și care are înglobat un model intern, realizează cele mai bune performanțe și este cea mai robustă.

Tabelul 3.4. Rezultatele testelor de robustețe la variații parametrice ale celor patru tipuri de sisteme LQG/LTR

| Nr. crt.  | Variație frecv 1 [%] | Variație frecv 2 [%] | Variație frecv 3 [%] | Atenuare mod 1 fără MI [dB] | Atenuare mod 1 cu MI [dB] | Atenuare mod 1 decuplat fără MI [dB] | Atenuare mod 1 decuplat cu MI [dB] | Atenuare sistem fără MI [dB] | Atenuare sistem cu MI [dB] | Atenuare sistem decuplat fără MI [dB] | Atenuare sistem decuplat cu MI [dB] |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1         | 20                   | -10                  | -10                  | 8.33                        | 17.28                     | 10.41                                | 17.68                              | 8.19                         | 20.49                      | 10.76                                 | 22.66                               |
| 2         | 25                   | -15                  | -10                  | 6.53                        | 15.46                     | 8.69                                 | 15.94                              | 6.36                         | 18.69                      | 9.05                                  | 21.11                               |
| 3         | 25                   | -10                  | -15                  | 6.52                        | 15.13                     | 8.68                                 | 15.5                               | 6.32                         | 18.66                      | 9.11                                  | 21.17                               |
| 4         | 25                   | 0                    | -25                  | 6.52                        | 14.37                     | 8.65                                 | 14.44                              | 6.19                         | 18.53                      | 9.27                                  | 21.34                               |
| 5         | 25                   | -25                  | 0                    | 6.54                        | 15.94                     | 8.68                                 | 16.67                              | 6.43                         | 18.40                      | 9.00                                  | 21.11                               |
| 6         | 25                   | 25                   | 0                    | 6.53                        | 15.93                     | 8.68                                 | 16.67                              | 6.42                         | 18.70                      | 9.00                                  | 21.12                               |
| 7         | 25                   | 25                   | 25                   | 6.54                        | 16.74                     | 8.65                                 | 17.93                              | 6.51                         | 18.67                      | 8.82                                  | 20.89                               |
| 8         | -25                  | 25                   | 25                   | 7.96                        | 17.81                     | 9.67                                 | 18.37                              | 8.10                         | 20.09                      | 9.86                                  | 21.38                               |
| 9         | -25                  | -25                  | 25                   | 7.96                        | 17.81                     | 9.67                                 | 18.37                              | 8.10                         | 20.09                      | 9.86                                  | 21.37                               |
| 10        | -25                  | -25                  | -25                  | 7.91                        | 14.81                     | 8.78                                 | 13.8                               | 8.03                         | 19.90                      | 9.43                                  | 20.85                               |
| 11        | -25                  | 25                   | -25                  | 7.91                        | 14.8                      | 8.78                                 | 13.8                               | 8.03                         | 19.90                      | 9.43                                  | 20.87                               |
| 12        | -30                  | -30                  | 30                   | 6.74                        | 16.58                     | 8.45                                 | 17.17                              | 6.9                          | 18.76                      | 8.64                                  | 20.00                               |
| 13        | -40                  | -40                  | 40                   | 5.01                        | 14.78                     | 6.74                                 | 15.44                              | 5.21                         | 16.80                      | 6.94                                  | 18.01                               |
| 14        | -50                  | -50                  | 48                   | 3.87                        | 13.48                     | 5.6                                  | 14.14                              | 4.06                         | 15.32                      | 5.8                                   | 16.45                               |
| <b>15</b> | <b>-50</b>           | <b>-50</b>           | <b>50</b>            | <b>instabil</b>             | <b>instabil</b>           | <b>5.62</b>                          | <b>14.21</b>                       | <b>instabil</b>              | <b>instabil</b>            | <b>5.8</b>                            | <b>16.46</b>                        |
| 16        | -50                  | 50                   | 48                   | 3.86                        | 13.44                     | 5.6                                  | 14.15                              | 4.06                         | 15.32                      | 5.8                                   | 16.52                               |
| 17        | 50                   | 50                   | 48                   | 1.72                        | 11.14                     | 5.6                                  | 12.95                              | 1.65                         | 12.49                      | 5.8                                   | 15.29                               |
| 18        | 50                   | 50                   | 50                   | 1.71                        | 11.17                     | 3.86                                 | 12.99                              | 1.65                         | 12.49                      | 3.99                                  | 15.28                               |
| 19        | 50                   | -50                  | 50                   | 1.72                        | 11.19                     | 3.86                                 | 12.99                              | 1.66                         | 12.49                      | 3.99                                  | 15.22                               |
| <b>20</b> | <b>-50</b>           | <b>50</b>            | <b>50</b>            | <b>instabil</b>             | <b>instabil</b>           | <b>5.62</b>                          | <b>14.22</b>                       | <b>instabil</b>              | <b>instabil</b>            | <b>5.8</b>                            | <b>16.53</b>                        |

### Sistemul mod alunecător

Pentru a putea realiza o comparație a comportamentului sistemului LQG/LTR decuplat cu model intern față de alte tipuri de sisteme comandate, vom analiza în acest subcapitol un sistem al cărui compensator este unul de tip mod alunecător, iar în locul filtrului *Kalman* se va folosi un estimator mod alunecător.

Ecuțiile care descriu dinamica sistemului sunt

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_N &= A_N x_N + B_{2N} u + B_{1N} (\xi + w) \\
 \dot{x}_R &= A_R x_R + B_{2R} u + B_{1R} (\xi + w) \\
 y &= C_{2N} x_N + C_{2R} x_R + \mu I \eta
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

iar estimatorul mod alunecător are forma

$$\hat{x} = A_N \hat{x}_N + B_{2N} u - G_I (C_{2N} \hat{x}_N - y) + G_n v \tag{3.61}$$

Putem observa că în relația (3.61), față de ecuația unui filtru *Kalman*, mai apare în plus un termen cu rolul de a contraataca zgomotele existente în sistem, realizându-se astfel eliminarea

influenței negative a modurilor neglijate de către compensator, moduri privite ca perturbații suplimentare aplicate sistemului. Semnalul de comandă este de forma

$$u = -(GB_2)^{-1} [G(A - G_1 C_2 + \rho I_n) \hat{x} + G G_1 y] \quad (3.62)$$

în care matricile de amplificare  $G$  și  $G_1$  sunt similare matricilor  $K_c$ , respectiv  $K_f$  din sinteza LQG/LTR. Matricea  $Q$  din ecuația *Liapunov* a fost aleasă ca matrice diagonală egală cu unitatea, matricea de amplificare  $G_{nl} = 10^4 I_4$ . S-a urmărit, în primul rând, atenuarea amplitudinii primului mod de rezonanță, ținând cont de valoarea semnalului de comandă. Din cauza componentei discontinue  $v$ , amplificată de matricea  $G_{nl}$ , comanda este supusă unui efort suplimentar, astfel încât, pe perioada primelor eșantioane de timp, tensiunea necesară stabilizării sistemului este foarte mare. În derularea simulărilor, am observat că, în multe cazuri, răspunsul sistemului, și implicit semnalul de comandă, sunt nesimetrice față de axa timpului. Baleirea ponderilor, alegerea matricii de amplificare  $G_{nl}$ , ca și majorarea scalarului  $\rho$  sunt factori care influențează puternic simetria răspunsului sistemului comandat. Caracterul neliniar al sistemului conduce la dificultăți mari în determinarea tuturor parametrilor necesari sintezei legii de comandă. Din punct de vedere al capacității de atenuare a amplitudinilor, performanța realizată de acest tip de lege de comandă este foarte bună, în ceea ce privește primul mod și întreg sistemul, cantitativ atenuările obținute fiind de 27.60, respectiv 26.61 dB.

Trebuie menționat că valorile atenuărilor depind de mărimea amplitudinii perturbației, caracteristică negativă a acestui tip de sistem comandat. Graficele evoluțiilor în timp ale celor trei moduri și al valorii măsurii calculate relevă o comportare oarecum asemănătoare cu cea a sistemelor LQG/LTR, în sensul că modurile 2 și 3 sunt ceva mai dificil de comandat, nerealizând atenuări, însă ele rămân stabile.

Al doilea tip de teste analizează robustețea legii de comandă la variații ale parametrilor sistemului. Compararea rezultatelor se referă la sistemul mod alunecător și cele două tipuri de sisteme LQG/LTR decuplate, fără și cu model intern (tabelul 3.5). Observăm că rezultatele obținute de sistemul mod alunecător sunt foarte slabe. O caracteristică favorabilă o reprezintă capacitatea de a nu destabiliza sistemul, însă trebuie menționat că valoarea semnalului de comandă depășește de multe ori limitele maxime impuse de regimul de funcționare al elementelor de acționare. De asemenea, răspunsul sistemului, și implicit semnalul de comandă, sunt nesimetrice față de axa timpului, de multe ori graficele situându-se mult deasupra axei.

Tabelul 3.5. Rezultatele testelor de robustețe la variații parametriche ale sistemelor LQG/LTR decuplate, respectiv mod alunecător

| Nr. crt.  | Variație frecv 1 [%] | Variație frecv 2 [%] | Variație frecv 3 [%] | Atenuare mod 1 LTR decuplat fără MI [dB] | Atenuare mod 1 LTR decuplat cu MI [dB] | Atenuare mod 1 mod alunecător [dB] | Atenuare sistem LTR decuplat fără MI [dB] | Atenuare sistem LTR decuplat cu MI [dB] | Atenuare sistem mod alunecător [dB] |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|--|--|------------------------------------|---|---|-------------------------------------|
| 1         | 20                   | -10                  | -10                  | 10.41                                    | 17.68                                  | 6.89                               | 10.76                                     | 22.66                                   | 5.30                                |
| 2         | 25                   | -15                  | -10                  | 8.69                                     | 15.94                                  | 4.86                               | 9.05                                      | 21.11                                   | 3.15                                |
| 3         | 25                   | -10                  | -15                  | 8.68                                     | 15.5                                   | 4.86                               | 9.11                                      | 21.17                                   | 2.94                                |
| 4         | 25                   | 0                    | -25                  | 8.65                                     | 14.44                                  | 4.85                               | 9.27                                      | 21.34                                   | 2.41                                |
| 5         | 25                   | -25                  | 0                    | 8.68                                     | 16.67                                  | 4.86                               | 9.00                                      | 21.11                                   | 3.43                                |
| 6         | 25                   | 25                   | 0                    | 8.68                                     | 16.67                                  | 4.84                               | 9.00                                      | 21.12                                   | 3.42                                |
| 7         | 25                   | 25                   | 25                   | 8.65                                     | 17.93                                  | 4.84                               | 8.82                                      | 20.89                                   | 3.95                                |
| 8         | -25                  | 25                   | 25                   | 9.67                                     | 18.37                                  | 6.80                               | 9.86                                      | 21.38                                   | 6.46                                |
| 9         | -25                  | -25                  | 25                   | 9.67                                     | 18.37                                  | 6.82                               | 9.86                                      | 21.37                                   | 6.49                                |
| 10        | -25                  | -25                  | -25                  | 8.78                                     | 13.8                                   | 6.82                               | 9.43                                      | 20.85                                   | 5.89                                |
| 11        | -25                  | 25                   | -25                  | 8.78                                     | 13.8                                   | 6.80                               | 9.43                                      | 20.87                                   | 5.87                                |
| 12        | -30                  | -30                  | 30                   | 8.45                                     | 17.17                                  | 5.53                               | 8.64                                      | 20.00                                   | 5.25                                |
| 13        | -40                  | -40                  | 40                   | 6.74                                     | 15.44                                  | 3.62                               | 6.94                                      | 18.01                                   | 3.45                                |
| 14        | -50                  | -50                  | 48                   | 5.6                                      | 14.14                                  | 2.31                               | 5.8                                       | 16.45                                   | 2.20                                |
| <b>15</b> | <b>-50</b>           | <b>-50</b>           | <b>50</b>            | <b>5.62</b>                              | <b>14.21</b>                           | <b>2.31</b>                        | <b>5.8</b>                                | <b>16.46</b>                            | <b>2.20</b>                         |
| 16        | -50                  | 50                   | 48                   | 5.6                                      | 14.15                                  | 2.28                               | 5.8                                       | 16.52                                   | 2.17                                |
| <b>17</b> | <b>50</b>            | <b>50</b>            | <b>48</b>            | 5.6                                      | 12.95                                  | <b>-1.41</b>                       | 5.8                                       | 15.29                                   | <b>-2.28</b>                        |
| <b>18</b> | <b>50</b>            | <b>50</b>            | <b>50</b>            | 3.86                                     | 12.99                                  | <b>-1.41</b>                       | 3.99                                      | 15.28                                   | <b>-2.25</b>                        |
| <b>19</b> | <b>50</b>            | <b>-50</b>           | <b>50</b>            | 3.86                                     | 12.99                                  | <b>-1.44</b>                       | 3.99                                      | 15.22                                   | <b>-2.29</b>                        |
| <b>20</b> | <b>-50</b>           | <b>50</b>            | <b>50</b>            | <b>5.62</b>                              | 14.22                                  | 2.28                               | <b>5.8</b>                                | 16.53                                   | 2.17                                |

Ar fi necesar să limităm valoarea tensiunii semnalului de comandă, pentru a putea analiza răspunsul sistemului în condiții apropiate de cele reale. Însă din cauza atenuărilor foarte mici, care se obțin atunci când semnalul de comandă nu este limitat, este de preferat să eliminăm acest tip de lege de comandă dintre posibilele variante de comandă ale modelului de aripă considerat.

Ca urmare a analizei rezultatelor obținute prin simularea celor trei tipuri de sisteme comandate, reținem comportamentul net favorabil al sistemului LQG/LTR decuplat cu model intern. Acest tip de sistem întrunește toate caracteristicile necesare unei legi de comandă: performanță, robustețe și capacitate de eliminare a efectelor de tip „spillover”. Deși teoretic am urmarit în primul rând atenuarea primului mod de vibrație, practic analiza se realizează pe răspunsului sistemului complet, iar din acest punct de vedere, rezultatele obținute de către această lege de comandă sunt remarcabile. În plus, construcția ecuațiilor sistemului permite integrarea și a altor aplicații, cum ar fi de exemplu adăugarea unui sistem de monitorizare a stării de sănătate a structurii.

## **CAPITOLUL 4**

### **REALIZAREA MODELULUI EXPERIMENTAL DE ARIPĂ DIN MATERIAL COMPOZIT**

Matrița de DURAL folosită pentru obținerea modelului a fost pregătită prin degresare cu alcool tehnic și emulsie cu alcool polivinilic. Apoi a fost aplicat, prin pulverizare, un strat subțire de gel coat și lăsat să se usuce parțial. Au fost așezate pe rând și impregnate cu rășină patru straturi de țesătură de fibră de sticlă, un al cincilea strat aplicându-se pe o porțiune de 180 mm de la încastrare, pentru a asigura o rezistență crescută în această zonă. Lonjeroanele au fost formate cu ajutorul a câte unui set de baghete de lemn ceruit pe care s-au legat straturile de stratimat impregnat cu rășină. Între cele două baghete ale unui lonjeron a fost introdusă o ferură de aluminiu de grosime 2 mm și lungime, în interiorul aripii, de 70 mm. Partea exterioară a ferurilor, care urmau să fie prinse pe un suport metalic, a fost de 60 mm, iar lățimea ferurilor a fost de 20 mm, respectiv 10 mm. Asemănător lonjeroanelor au fost realizate bordurile de atac și de fugă ale modelului. Operațiile de impregnare cu rășină și de fixare a lonjeroanelor și bordurilor au fost finalizate prin închiderea matriței și strângerea ei cu șuruburi. După 24 de ore matrița a fost deschisă, au fost scoase baghetele de lemn și a fost curățat interiorul aripii. Grosimea învelișului obținut a fost de 0.8 mm în capătul liber și de 1 mm înspre încastrare, iar grosimea lonjeroanelor de 1 mm. Distanța dintre lonjeroane rezultată a fost de 74 mm, această distanță fiind foarte importantă pentru construcția suportului de încastrare a aripii.



## CAPITOLUL 5

### ELABORAREA PROGRAMULUI DE ÎNCERCĂRI ȘI DESCRIEREA DISPOZITIVELOR ȘI ECHIPAMENTELOR DE EXPERIMENTARE

Schematic, lanțul de măsură și comandă este redat în fig. 5.1. Semnalele de comandă și de excitație sunt generate cu ajutorul pachetului de programe LabView și trimise către amplificatoare, prin placa de achiziție de date NI. Semnalele amplificate ajung la elemente de acționare, care generează deformațiile locale ale structurii (modelul fizic). Senzorul folosit este un accelerometru plasat în vârful liber al aripii. El culege semnalul de răspuns al structurii, semnal care este amplificat și integrat de două ori, prin intermediul preamplificatorului, astfel încât, în placa NI a PC-ului ajunge un semnal proporțional cu deplasarea pe direcție verticală a punctului în care este amplasat senzorul.

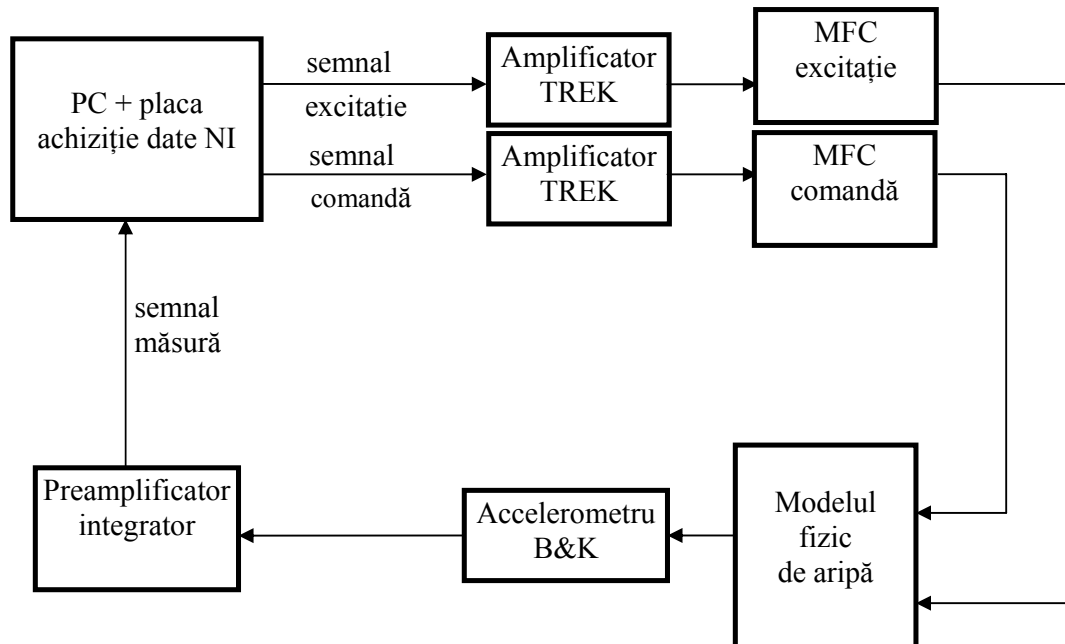


Fig. 5.1. Schema lanțului de măsură și comandă

Amplificatoarele elementelor de acționare de tip MFC sunt amplificatoare de înaltă tensiune (**TREK High Voltage Power Amplifier** Model PA05039). Aceste amplificatoare au capacitatea de a amplifica semnalul de ieșire din placa de achiziție, de max  $\pm 10$  V, până la valori de  $-500$  V la  $+1500$  V. Un asemenea amplificator are un singur canal de ieșire și poate acționa o pereche de elemente de acționare care lucrează în opoziție de fază, astfel încât s-a folosit un amplificator pentru elementele de acționare pentru excitația structurii și un alt amplificator pentru semnalul de comandă. Odată stabilit lanțul de măsură și comandă, se poate concepe un program de experimentări. Un prim pas în desfășurarea oricărui tip de

experiment, și de o importanță deosebită, îl constituie determinarea parametrilor fizici ai sistemului testat și compararea acestora cu cei ai modelului analitic. Altfel spus, această primă etapă a experimentelor vizează o **pseudo-identificare a sistemului pasiv**, de fapt o identificare a frecvențelor de rezonanță ale acestui sistem. Compararea rezultatelor experimentale obținute cu cele furnizate de analiza modală ANSYS determină, fie trecerea la pasul următor al experimentelor, fie modificarea modelului analitic (model updating), pentru a realiza o cât mai bună apropiere ale celor două modele, analitic și experimental. Diferențele apărute pot avea cauze diferite, însă de cele mai multe ori cauza o reprezintă erorile de modelare. În condițiile în care rezultatele experimentale sunt repetabile, modelul analitic este refăcut, fie prin reconsiderarea valorilor unor parametri ai sistemului, fie prin tehnici iterative. În momentul în care diferențele dintre cele două modele se încadrează în niște limite acceptabile, se poate trece la pasul următor.

Al doilea tip de experimente din cadrul programului de încercări constă în **testarea performanțelor algoritmilor de comandă**. Aceasta se realizează prin excitarea primului mod de rezonanță al structurii pasive și aplicarea în sistem a semnalului de comandă. Întrucât pe modelul experimental semnalul de măsură nu poate diferenția fiecare mod, performanța sistemului se referă la atenuarea amplitudinii vibrației întregului sistem. De cele mai multe ori amplitudinea primului mod de rezonanță este cu cel puțin un ordin de mărime mai mare decât amplitudinile celorlalte moduri, astfel că, deși este posibil ca, introducând o perturbație cu frecvența primului mod să se excite și alte moduri proprii, putem asimila, cel puțin calitativ, că atenuarea obținută este în principal atenuarea primului mod. Tot în cadrul testelor de performanță, un alt tip de experiment urmărește răspunsul sistemului comandat în cazul excitării tuturor celor trei moduri proprii simultan, prin introducerea ca perturbație a unei sume de sinusoidale cu frecvențe egale cu primele 3 frecvențe proprii.

Ultimul set de teste are în vedere **testarea robusteții legii de comandă**. Pentru a modifica parametrii sistemului, se slăbește șurubul din încastrarea aripilor, modificându-se astfel rigiditatea structurii și, implicit, frecvențele de rezonanță. Matricile de amplificare ale compensatorului și filtrului rămân cele determinate pe configurația de bază și se testează capacitatea comenzii de a obține performanțe în condiții de variații parametrice. Se încearcă o identificare a frecvențelor de rezonanță ale noilor sisteme prin analiza FFT a semnalului de măsură, iar dacă această analiză nu dă rezultate, se procedează, ca și în prima etapă, la o identificare a sistemelor pasive.

## CAPITOLUL 6 VALIDAREA MODELULUI ANALITIC PRIN EXPERIMENTE DE LABORATOR

În cazul de față, identificarea modelului experimental presupune o cât mai exactă obținere a frecvențelor de rezonanță ale sistemului pasiv, sistem reprezentat de modelul de aripă încastrată din fig. 6.1.



Fig. 6.1. Modelul de aripă încastrată pe banc cu cele două perechi de elemente de acționare în apropierea încastrării și accelerometrul montat pe vârful liber al aripii

Identificarea frecvențelor de rezonanță s-a realizat prin generarea unor semnale de probă cu ajutorul unui generator de funcții conectat prin port USB la un calculator. Acest semnal de probă, amplificat cu un amplificator TREK de înaltă tensiune, a fost direcționat către una din perechile de MFC-uri. Semnalul de răspuns al structurii a fost cules de accelerometru și prelucrat de către preamplificatorul B&K. De la preamplificator, semnalul a fost preluat de către un osciloscop conectat prin port USB la același calculator. Au fost generate atât semnale de tip baleiere de frecvențe, pentru care a fost trasată caracteristica de frecvențe a semnalului de răspuns al structurii, cât și semnale de tip impuls analizându-se spectrul de frecvențe de răspuns la acest tip de semnal.

Baleierea frecvențelor s-a realizat în gama de 1 – 250 Hz, cu trepte de 0.1 Hz, pe care semnalul a fost menținut timp de 5 s pentru stabilizare. Amplitudinea semnalelor în setul de elemente de acționare a fost menținută constantă la 200 V. Caracteristica de frecvențe determinată este prezentată în fig. 6.2.

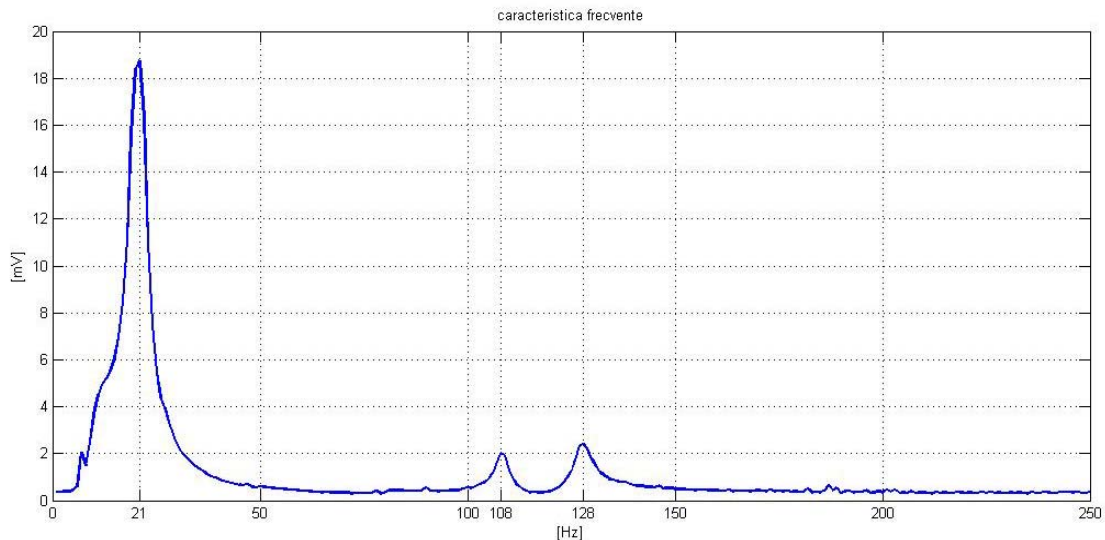


Fig. 6.2. Caracteristica de frecvențe obținută prin baleierea frecvenței semnalului de excitație

Se remarcă clar cele trei vârfuri ale primelor trei moduri proprii ale sistemului corespunzătoare valorilor de cca. 21, 108, respectiv 128 Hz. Verificarea rezultatelor obținute s-a realizat prin generarea unui semnal de tip impuls și vizualizarea spectrului de răspuns al structurii. În tabelul 6.1. sunt redată rezultatele comparative ale analizei numerice și experimentale.

Tabelul 6.1. Rezultatele obținute pentru frecvențele de rezonanță

| Mod | Model analitic<br>(Ansys)<br>[Hz] | Model experimental<br>(baleiere frecvențe)<br>[Hz] | Model experimental<br>(impuls)<br>[Hz] |
|-----|-----------------------------------|--|--|
| 1   | 22.45                             | 21   | 21.55                                  |
| 2   | 105.20                            | 108  | 110.02                                 |
| 3   | 121.83                            | 128  | 129.85                                 |

### TESTAREA PERFORMANȚELOR ALGORITMULUI DE COMANDĂ DE TIP LQG/LTR CU PERTURBAȚIE DE TIP SINUSOIDAL

Primul pas în programul încercărilor îl constituie testarea performanțelor comenzii. Acest fapt s-a realizat prin două tipuri de teste: cu semnal de excitație de tip sinusoidal a cărui frecvența este prima frecvență de rezonanță a sistemului, respectiv cu o sumă de sinusoidale de frecvențe toate cele trei frecvențe de rezonanță. Trebuie precizat că zgomotul pe măsură existent în lanțul de măsură și comandă este integrat în semnalul de măsură și are o valoare de cca. 0.03 – 0.04 mm. În plus, există numeroase vârfuri cu valoare absolută mai mare decât cea menționată, ceea ce afectează exactitatea rezultatelor și influențează destul de puternic semnalul de comandă. O analiza FFT a acestui zgomot pune în evidență un vârf destul de

mare la o frecvență de 21.5 Hz, frecvență apropiată de cea a modelului de aripă.

Algoritmii de comandă au fost implementați în LabView. Dintr-un fișier extern de tip „mat”, generat de un program în MATLAB, sunt încărcate matricile discretizate ale compensatorului sistemului, amplificările filtrului și compensatorului. Pasul de eșantionare ales pentru discretizare a fost de 0.0002 s. Atât valoarea perturbației, cât și cea a semnalului de comandă au fost limitate de la -500 V la 500 V, pentru a nu distruge elementele de acționare. La finalizarea rulării, datele înregistrate pentru măsură, comandă, perturbație și timp sunt scrise într-un fișier de tip „lvm” pentru prelucrarea rezultatelor. Semnalul de măsură cules de accelerometru și prelucrat de către preamplificator este în mV. Scalarea acestui semnal este realizată în LabView, la 10 mV tensiune obținută corespunzând o deplasare de 0.1 mm. Timpul total de rulare este de 20s, împărțit astfel: în primele 5 s nu există în sistem decât zgomotul pe măsură, apoi este introdusă perturbația în secunda 5, iar în secunda 10 intervine semnalul de comandă.

În cazul excitării sistemului cu o perturbație de tip sinusoidal, de amplitudine 400 V și frecvența 21 Hz, rezultatele obținute pentru atenuarea vibrațiilor sunt foarte bune. În graficul deplasării se observă existența zgomotului pe măsură în primele 5 secunde, zgomot care există pe parcursul întregii măsuratori. Introducerea unui filtru ar fi consumat timp de calcul și ar fi putut da erori în rularea programului LabView. Din aceasta cauză, filtrarea s-a realizat doar prin intermediul preamplificatorului.

Din analiza cantitativă a rezultatelor rezultă o atenuare a amplitudinii excitației de la 1.6 mm la 0.2 mm, adică de **17.83 dB!** Este un rezultat excelent, vizibil și fără a menționa cantitativ atenuarea obținută. Trebuie remarcată și evoluția semnalului de comandă, semnal a cărui valoare se stabilizează la cca. 300 V. Observăm același tip de comportament ca și în simulare în ceea ce privește saltul de tensiune care apare la suprapunerea semnalului de comandă peste cel de excitație. Astfel, încă o dată, este justificată operația de limitare a semnalului de comandă ca măsură de precauție. Testul a fost reluat în repetate rânduri, confirmând repetabilitatea fenomenului și a performanțelor obținute. Analiza FFT a semnalului de măsură evidențiază clar valoarea de 21 Hz, neexistând alte frecvențe excitate în sistemul real.

Următorul pas în desfășurarea testelor a constat în construcția unui semnal de excitație format dintr-o sumă de sinusoidale cu frecvențele celor 3 moduri de rezonanță. O amplitudine de 1 V din placa de achiziție de date NI corespunde unui semnal amplificat de 200 V introdus în MFC. Întrucât valoarea maximă a perturbației nu poate depăși 500 V, am folosit o pondere de 200 V pe primul și al doilea mod, respectiv de 100 V pentru cel de-al treilea. Cele trei frecvențe considerate au fost de 21, 108, respectiv 128 Hz.

Comparativ cu cazul excitării doar a primului mod, atât valoarea semnalului de măsură, cât și al comenzii sunt mai mici, fapt explicabil prin faptul că în acest caz excitarea primului mod (cel mai puternic din sistem) este redusă la jumătate. Semnalul de comandă reacționează și el în consecință și se stabilizează la o valoare de cca. 140 V, deși există același salt de tensiune în momentul suprapunerii peste semnalul de excitație. Din prelucrarea datelor în Matlab, rezultă o atenuare de **17.12 dB**, ceea ce semnifică un rezultat, din nou, foarte bun. Încercările au fost reluate de mai multe ori, iar fenomenul și-a păstrat caracteristica de repetabilitate. Diferențele inerente oricărui rezultat experimental au fost ne semnificative și se pot explica prin variațiile din lanțul de măsură, cablurile de legătură, dintre accelerometru și preamplificator, respectiv dintre preamplificator și placa de achiziție de date, având o oarecare influență asupra rezultatelor. Analiza FFT a semnalului de măsură evidențiază cele trei frecvențe de rezonanță (sau mai bine zis frecvențe de excitație în cazul de față) ale sistemului .

În pasul următor a fost testată capacitatea algoritmului de comandă de a obține performanțe în cazul introducerii în sistem a unor perturbații de frecvențe diferite de cele ale modurilor proprii. Astfel, au fost variate pe rând frecvențele de excitație ale câte unui mod, menținând constante celelalte două; pentru primul mod s-a scăzut frecvența de excitație de la 21 la 19 Hz, pentru al doilea mod de la 108 la 100 Hz, iar pentru al treilea de la 128 la 120 H. Din punct de vedere al performanțelor comenzii, atenuarea a scăzut în cazul variației frecvenței primului mod, însă sistemul a rămas stabil. Pentru celelalte două cazuri ale modificării frecvenței, atenuările se mențin la același nivel ridicat.

În ceea ce privește capacitatea analizei FFT de a găsi frecvențele de rezonanță, doar în cazul scăderii frecvenței primului mod în grafic apar atât frecvența de excitație, cât și cea a sistemului real, în timp ce în celelalte două cazuri analiza FFT evidențiază numai frecvențele de excitație ale sistemului.

Pentru a testa robustețea legii de comandă în condițiile de variație ale parametrilor sistemului pasiv, am introdus forțat în sistem un defect de tip pierdere conexiune prin slăbirea șurubului de încastrare a modelului de aripă. Din această cauză, rigiditatea structurii a scăzut, ceea ce a condus la scăderea frecvențelor de rezonanță. Toate testele din această etapă au folosit aceleași matrici ale sistemului și, implicit aceleași amplificări ale compensatorului și filtrului, construite pe configurația nominală. Primul test a constat în rularea programului de comandă fără a modifica frecvențele de excitație, frecvențele de rezonanță ale modelului neafectat. Se observă foarte ușor, din compararea graficelor, o modificare, atât în influența perturbației asupra sistemului, cât și a valorii comenzii. Analiza FFT a semnalului de răspuns

al structurii evidențiază apariția unui nou vârf de rezonanță la o valoare a frecvenței de cca 20 Hz. Ca urmare, am încercat determinarea acestei frecvențe prin excitarea structurii cu un semnal de tip impuls, fără a mai introduce semnalul de comandă. Acest test a confirmat valoarea determinată anterior.

Testarea performanțelor algoritmului de comandă pentru noul sistem s-a realizat prin introducerea unei perturbații de tip sumă de sinusoidale, față de testele anterioare modificând doar frecvența de excitație a primului mod. Atenuarea obținută este mai mică decât în cazul sistemului nominal, însă se păstrează la o valoare ridicată de 12.31 dB.

Întrucât, din punct de vedere fizic nu a fost posibilă modificarea frecvențelor de rezonanță în limite mai mari fără a altera starea sistemului, am considerat că rezultatele acestui ultim test pun în evidență caracterul robust al legii de comandă. De asemenea rezultatele testelor anterioare confirmă performanțele foarte bune care se pot obține. Deși valorile atenuărilor obținute experimental diferă de cele ale simulărilor, comportamentul sistemului comandat este similar.

## CONCLUZII FINALE ȘI DIRECȚII DE DEZVOLTARE

Lucrarea și-a propus să dezvolte câteva legi de comandă aplicabile în primul rând sistemelor aerospațiale, dar nu numai. Scopul urmărit este de atenuare a amplitudinii vibrațiilor unui model de aripă de avion din material compozit, cu ajutorul unor elemente de acționare piezoelectrice. Tema este de actualitate, iar materialele folosite de ultimă generație. Uzual, în aplicații din domeniul frecvențelor mai mari de 5 Hz, materialele piezoelectrice au devenit consacrate datorită forței mari pe care o pot dezvolta, dar mai ales datorită preciziei și vitezei de acționare. Tipul de element de acționare folosit în lucrarea de față este unul din cele mai noi elemente pe bază de materiale piezoelectrice, cu câteva avantaje evidente față de materialele piezoelectrice clasice monobloc. În primul rând direcția de acționare este bine definită, iar efectul obținut este de cca 2 ori mai puternic datorită utilizării efectului  $d_{33}$ . Apoi, elementele de acționare pe bază de fibre piezoelectrice MFC au avantajul de a se „așeza” mult mai bine pe suprafețe curbe datorită flexibilității ridicate. Greutatea și caracteristicile elastice ale MFC influențează nesemnificativ proprietățile structurii pe care sunt aplicate. Conform celor declarate de serviciul de presă al centrului LANGLEY - NASA, tipul de element de acționare MFC a fost premiat ca cea mai bună invenție a anului 2006.

La nivel teoretic am pornit de la o lege de comandă optimală recunoscută în ceea ce privește caracteristicile de robustețe pe care le oferă, legea LQR. Întrucât, din punct de vedere practic, această lege de comandă nu poate fi implementată din cauza imposibilității de a măsura toate stările sistemului, am optat pentru cuplarea compensatorului LQR cu un filtru *Kalman* care are rolul de a estima stările. Legea obținută, LQG, are avantajul că poate fi pusă în practică, dar are și marele dezavantaj că nu mai păstrează caracterul robust al legii LQR. Pentru a elimina acest dezavantaj am aplicat o procedură de recuperare a buclei și, implicit, a caracteristicilor de robustețe ale legii de comandă LQR, procedură cunoscută ca Loop Transfer Recovery (LTR). Determinarea matricilor de amplificare ale compensatorului și filtrului este realizată atât prin analiză grafică (loopshaping), cât și prin analiza valorilor funcțiilor de sensibilitate și a complementarei ei. Abordarea acestor două criterii simultane poate fi privită ca o contribuție proprie, însă cea mai importantă contribuție proprie o reprezintă cuplarea legii de comandă LQG/LTR cu un model intern și, în plus, proiectarea unei astfel de legi pentru un sistem decuplat în moduri comandate și moduri neglijate. Demonstrarea capacității legii de comandă obținute de a elimina efectele negative ale modurilor proprii neglijate („efecte de spillover”), cât și caracteristicile de performanță și



robuste demonstrate prin teste numerice reprezintă un punct forte al lucrării.

Pentru a nu rămâne la nivelul de studiu teoretic, lucrarea prezintă și o parte aplicativă în care a fost testată una din legile de comandă dezvoltate. Atenuările obținute pe modelul experimental confirmă performanțele remarcabile ale legii de comandă de tip LQG/LTR, lege relativ ușor de implementat pe structuri reale. Deși, la nivel experimental, nu am testat decât o variantă de bază a legii de comandă, sunt mari șanse ca această lege care are încorporat un model intern să poată fi implementată pe un sistem real. Una din direcțiile de dezvoltare ulterioară poate fi configurată pentru această testare. Mai mult, testarea ar putea fi realizată în condiții de tunel aerodinamic pentru demonstrarea capacității legii de comandă de a îmbunătăți condițiile de flutter. O altă direcție de cercetare o poate reprezenta proiectarea unei astfel de legi de comandă capabilă să atenueze perturbații de tip zgomot alb filtrat, perturbații care sunt mult mai apropiate de condițiile reale de zbor. Pe de altă parte, prelucrarea semnalelor de ieșire ale senzorilor ar permite determinarea în timp real a frecvențelor proprii ale sistemului și urmărirea modificărilor din structura sistemului. Următorul pas ar fi proiectarea unei legi de comandă care să fie capabilă să se adapteze acestor eventuale modificări structurale, astfel încât energia introdusă de legea de comandă să nu destabilizeze sistemul până în momentul unei inspecții amănunțite și remedierii problemelor aparute. Un astfel de sistem de comandă ar avea rol dublu de atenuare a vibrațiilor și de monitorizare structurală folosind aceeași configurație de senzori și elemente de comandă.

### Bibliografie selectiva

- [1] *G. Stein and M. Athans*, The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design, IEEE Tran. on Automatic Control, 1984.
- [2] *M. H. Kim and D. J. Inman*, Reduction of spillover in vibration suppression using a sliding mode observer, Journal of Vibration and Control, 2001.
- [3] *E. F. Crawley and J. deLuis*, Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures.", AIAA Journal, vol.25(10), pp. 1373-1384, 1987.
- [4] *T. Bailey and J. E. Hubbard Jr.*, Distributed Piezoelectric Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam, AIAA Journal of Guidance and Control, vol. 8(5), pp. 605-611, 1985.
- [5] *H. S. Tzou and C. I. Tseng*, Active Vibration Controls of Distributed Parameter Systems by Finite Element Method, Computational Eng. 1988 Proc., Publ. by ASME, pp. 599-604, 1988.
- [6] *S. K. Ha, C. Keilers and F.K. Chang*, Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoceramic Sensors and Actuators, *AIAA Journal*, vol. 30(3), pp. 772-780, 1992.
- [7] *W. S. Hwang, H. C. Park and W. Hwang*, Vibration Control of a Laminated Plate with Piezoelectric Sensor/Actuator: Finite Element Formulation and Modal Analysis, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 4(3), pp. 317-329, 1993.
- [8] *H. S. Tzou and R. Ye*, Analysis of Piezoelastic Structures with Laminated Piezoelectric Triangle Shell Elements, AIAA Journal, vol. 34(1), pp. 110-115, 1996.
- [9] *L. Y. Lu, S. Utku and B. K. Wada*, Vibration Suppression for Large Scale Adaptive Truss Structures using Direct Output Feedback Control, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 4(3), pp. 385-397, 1993.
- [10] *P. Akella, X. Chen, W. Cheng, D. Hughes, and J. T. Wen*, Modeling and Control of Smart Structures with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators, Smart Materials and Structures, vol. 3(3), pp. 344-353, 1994.
- [11] *R. Butler and V. Rao*, State Space Modeling and Control of MIMO Smart Structures, Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, vol. 4, pp. 3534-3539, 1995.
- [12] *R. Whalley and M. Ebrahimi*, Vibration and control of aircraft wings, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, Vol. 212, No. 5, pp. 353-365, 1998.
- [13] *S. A. El-Serafi, M. H. Eissa, H. M. El-Sherbiny and T. H. El-Ghareeb*, Comparison Between Passive and Active Control of a Non-Linear Dynamical System, Japan J. Indust. Appl. Math., Vol. 23, No. 2, pp. 139-161, 2006.
- [14] *Z. C. Yang, L. C. Zhao and J. S. Jiang*, A semi-active flutter control scheme for a two-dimensional wing, Journal of Sound and Vibration, Vol. 184, Issue 1, pp. 1-7, 1995.
- [15] *C. Nam and Y. Kim*, Optimal design of composite lifting surface for flutter suppression with piezoelectric actuators, AIAA journal , vol. 33, no.10, pp. 1897-1904 , 1995.

- [16] *J. S. Kim and C. Nam*,  $H^\infty$  control for flutter suppression of a laminated plate with self-sensing actuators, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 10, No. 2, pp. 169-179, 1996.
- [17] *T. Degaki T. and S. Suzuki*, Adaptive and Robust Control of Wing Flutter, *Proceedings of Aircraft Symposium*, VOL.37<sup>th</sup>, pp709-712, 1999.
- [18] \*\*\* <http://www.nasa.gov/centers/dryden/news/NewsReleases/2001/01-35.html>
- [19] *R. E. Richard, J. A. Rule, and R. L. Clark*, Genetic Spatial Optimization of Active Elements on an Aeroelastic Delta Wing, *J. Vib. Acoust.*, Vol. 123, Issue 4, pp. 466-471, 2001.
- [20] *M. Chang, P. Trivailo, L. Plotnikova*, Active control of an aircraft wing flutter suppression using piezoelectric actuators: A study of Matlab simulation, *Structural Stability and Dynamics*, Vol. 1, pp 838-843
- [21] *D. Borglund and J. Kutteneuler*, Active wing flutter suppression using a trailing edge flap, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 16, Issue 3, Pages 271-294, 2002.
- [22] *K. Naoki, A. Yasuto and M. Hiroshi*, LQG Flutter Control of Wind Tunnel Model Using Piezo-Ceramic Actuator, *Proceedings of the Aircraft Symposium*, Vol.43rd, pp.055, 2005.
- [23] *R. M. A. Marretta and F. Marino*, Wing flutter suppression enhancement using a well-suited active control model, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 221, No 3, pp. 441-452, 2007.
- [24] *A. Suleman, C. Crawford and A. P. Costa*, Experimental Aeroelastic Response of Piezoelectric and Aileron Controlled 3D Wing, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 13, No. 2-3, pp. 75-83, 2002.
- [25] *A. Joshi, A. Shourie, P. M. Mujumdar and A. Joshi*, Active Vibration Control of Scaled Wing Box Model Using Piezoelectric Stack Actuators, *Proceedings of Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, AIAA 2008-1728, 2008.
- [26] *L. Librescu, S. Na, Z. Qin and B. Lee*, Active aeroelastic control of aircraft composite wings impacted by explosive blasts, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 318, Issues 1-2, pp. 74-92, 2008.
- [27] *K. H. Rew, J. H. Han and I. Lee*, Multi-Modal Vibration Control Using Adaptive Positive Position Feedback, *Journal OF Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 13, pp. 13-22, January 2002.
- [28] *M. N. Ghasemi-Nejhad, R. Russ and S. Pourjalali*, Manufacturing and Testing of Active Composite Panels with Embedded Piezoelectric Sensors and Actuators, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 16, pp. 319-333, April 2005.
- [29] *R. Jha and C. He*, Design and Experimental Validation of an Adaptive Neurocontroller for Vibration Suppression, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 14, pp. 497-506, August 2003.
- [30] *N. Mechbal*, Simulations and experiments on active vibration control of a composite beam with integrated piezoceramics, *Proceedings of 17th IMACS World Congress*, France, 2005.

- [31] <http://www.zonatech.com/Downloads.htm>, ZAERO Version 8.3 User`s Manual, Zona Technology, Inc., 2008.
- [32] *R. S. Burns*, Advanced Control Engineering, Butterworth-Heinemann A division of Reed Educational and Professional Publishing Ltd, 2001.
- [32] *E. Munteanu and I. Ursu*, Piezo smart composite wing with LQG control, Proceedings of 2<sup>nd</sup> International Conference Computational Mechanics and Virtual Engineering, pp. 305-311, Brasov, Romania, 2007.
- [33] *E. Munteanu, I. Ursu and C. Rugina*, Design of active control laws for implementing structural health monitoring, ISI Proceedings of 10th WSEAS International Conference on MATHEMATICAL and COMPUTATIONAL METHODS in SCIENCE and ENGINEERING (MACMESE'08), Part II, pp. 340 – 345, Bucuresti, Romania, 2008.